

PCT
 WELTORGANISATION FÜR GEISTIGES EIGENTUM
 Internationales Büro
 INTERNATIONALE ANMELDUNG VERÖFFENTLICHT NACH DEM VERTRAG ÜBER DIE
 INTERNATIONALE ZUSAMMENARBEIT AUF DEM GEBIET DES PATENTWESENS (PCT)



(51) Internationale Patentklassifikation ⁶ : G06F 17/60	A1	(11) Internationale Veröffentlichungsnummer: WO 99/67729 (43) Internationales Veröffentlichungsdatum: 29. Dezember 1999 (29.12.99)
(21) Internationales Aktenzeichen: PCT/EP99/04229 (22) Internationales Anmeldedatum: 18. Juni 1999 (18.06.99) (30) Prioritätsdaten: 60/089,996 19. Juni 1998 (19.06.98) US 09/204,772 3. Dezember 1998 (03.12.98) US (71) Anmelder (für alle Bestimmungsstaaten ausser US): SAP AKTIENGESELLSCHAFT [DE/DE]; Intellectual Property Abteilung, z. H. Herrn Dr. Harald Hagedorn, Postfach 14 61, D-69185 Walldorf (DE). (72) Erfinder; und (75) Erfinder/Anmelder (nur für US): BRAUN, Heinrich [DE/DE]; Seewiesenäckerweg 35, D-76199 Karlsruhe (DE).	(81) Bestimmungsstaaten: AE, AL, AM, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BR, BY, CA, CH, CN, CU, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, HR, HU, ID, IL, IN, IS, JP, KE, KG, KP, KR, KZ, LC, LK, LR, LS, LT, LU, LV, MD, MG, MK, MN, MW, MX, NO, NZ, PL, PT, RO, RU, SD, SE, SG, SI, SK, SL, TJ, TM, TR, TT, UA, UG, US, UZ, VN, YU, ZA, ZW, ARIPO Patent (GH, GM, KE, LS, MW, SD, SL, SZ, UG, ZW), eurasisches Patent (AM, AZ, BY, KG, KZ, MD, RU, TJ, TM), europäisches Patent (AT, BE, CH, CY, DE, DK, ES, FI, FR, GB, GR, IE, IT, LU, MC, NL, PT, SE), OAPI Patent (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GW, ML, MR, NE, SN, TD, TG). Veröffentlicht <i>Mit internationalem Recherchenbericht. Vor Ablauf der für Änderungen der Ansprüche zugelassenen Frist; Veröffentlichung wird wiederholt falls Änderungen eintreffen.</i>	

(54) Title: METHOD AND SYSTEM FOR MAXIMISING THE RANGE OF STOCK MANAGEMENT REQUIREMENT PROFILES

(54) Bezeichnung: VERFAHREN UND SYSTEM ZUR MAXIMIERUNG DES BEREICHS VON ABDECKUNGSPROFILIEN BEI DER BESTANDSVVERWALTUNG

(57) Abstract

The invention relates to a method and system for carrying out stock management in a multilevel distribution chain by applying optimisation algorithms to a range profile built on a distribution network formulation and on different elements which are invoiced in the network. The optimisation problem is defined in a formal way and algorithms for maximising stock autonomy by means of requirement profiles are proposed. Said optimisation process allows transport costs to be reduced to a minimum and bottlenecks to be avoided in stocks. But should bottleneck occur, the system allocates priorities according to need and provides an optimum solution for monotonous product distribution. The inventive method comprises the following steps: initialisation of stock autonomy profile with a starting value; calculation of required entries to satisfy profile restrictions; creation of the most cost-effective flow for said needs by means of a minimal autonomy of the requirement profile until a solution is found.

```

graph TD
    102[102] --> 104a[104]
    102 --> 104b[104]
    104a --> 106a((106))
    104a --> 106b((106))
    104b --> 106c((106))
    104b --> 106d((106))
          
```

(57) Zusammenfassung

Verfahren und System zum Verwalten von Beständen in einer Mehrfachebenendistributionskette durch Anwenden von Optimierungsalgorithmen auf ein aus einer Formulierung des Distributionsnetzwerks und den in das Netzwerk faktorierten verschiedenen Elementen konstruiertes Bereichsprofil. Eine formale Definition des Optimierungsproblems wird definiert, und Algorithmen für die Maximierung der Lagerreichweite von Abdeckungsprofilen werden vorgeschlagen. Durch den Optimierungsprozeß werden Transportkosten auf ein Minimum reduziert und Bestandsengpässe vermieden. Falls jedoch Engpässe auftreten sollten, versieht das System Bedarfe mit Prioritäten und liefert eine optimale Lösung für eine monotone Verteilung von Produkten. Das Verfahren weist folgende Schritte auf: Initialisieren des Reichweitenprofils des Lagers mit einem Startwert; Berechnen der notwendigen Zuflüsse, die notwendig sind, um die Profilbeschränkungen zu erfüllen; Konstruieren des kostengünstigsten Flusses für diese Bedarfe unter Verwendung eines Minimalkostenalgorithmus; und Verkleinern oder Vergrößern der Lagerreichweite der Abdeckungsprofile, bis eine Lösung gefunden ist.

LEDIGLICH ZUR INFORMATION

Codes zur Identifizierung von PCT-Vertragsstaaten auf den Kopfbögen der Schriften, die internationale Anmeldungen gemäss dem PCT veröffentlichen.

AL	Albanien	ES	Spanien	LS	Lesotho	SI	Slowenien
AM	Armenien	FI	Finnland	LT	Litauen	SK	Slowakei
AT	Österreich	FR	Frankreich	LU	Luxemburg	SN	Senegal
AU	Australien	GA	Gabun	LV	Lettland	SZ	Swasiland
AZ	Aserbaidshan	GB	Vereinigtes Königreich	MC	Monaco	TD	Tschad
BA	Bosnien-Herzegowina	GE	Georgien	MD	Republik Moldau	TG	Togo
BB	Barbados	GH	Ghana	MG	Madagaskar	TJ	Tadschikistan
BE	Belgien	GN	Guinea	MK	Die ehemalige jugoslawische Republik Mazedonien	TM	Turkmenistan
BF	Burkina Faso	GR	Griechenland	ML	Mali	TR	Türkei
BG	Bulgarien	HU	Ungarn	MN	Mongolei	TT	Trinidad und Tobago
BJ	Benin	IE	Irland	MR	Mauretanien	UA	Ukraine
BR	Brasilien	IL	Israel	MW	Malawi	UG	Uganda
BY	Belarus	IS	Island	MX	Mexiko	US	Vereinigte Staaten von Amerika
CA	Kanada	IT	Italien	NE	Niger	UZ	Usbekistan
CF	Zentralafrikanische Republik	JP	Japan	NL	Niederlande	VN	Vietnam
CG	Kongo	KE	Kenia	NO	Norwegen	YU	Jugoslawien
CH	Schweiz	KG	Kirgisistan	NZ	Neuseeland	ZW	Zimbabwe
CI	Côte d'Ivoire	KP	Demokratische Volksrepublik Korea	PL	Polen		
CM	Kamerun	KR	Republik Korea	PT	Portugal		
CN	China	KZ	Kasachstan	RO	Rumänien		
CU	Kuba	LC	St. Lucia	RU	Russische Föderation		
CZ	Tschechische Republik	LI	Liechtenstein	SD	Sudan		
DE	Deutschland	LK	Sri Lanka	SE	Schweden		
DK	Dänemark	LR	Liberia	SG	Singapur		
EE	Estland						

Verfahren und System zur Maximierung des Bereichs von Abdeckungsprofilen bei der Bestandsverwaltung

5

Die vorliegende Erfindung betrifft ein Verfahren zur Optimierung der Transportplanung und insbesondere ein Verfahren zur Optimierung der Lagerreichweiten in einem mehrere
10 Verteilebenen aufweisenden Transportnetzwerk durch die Verwendung eines rechnergestützten Optimierungsalgorithmus, insbesondere zur schnellen Bestimmung von Terminplänen für Versand und Produktion.

15 Allgemeiner Stand der Technik:

In vielen Industriebereichen, die die Fertigung und Verteilung von Gütern betreffen, besteht ein Bedarf an der Zuteilung von Bestands- und Transportressourcen. Diese Zuteilungsentscheidungen sind in der Regel Beschränkungen
20 hinsichtlich Ausrüstung, Zeit, Kosten, Lagerkapazität und anderen Parametern unterworfen, die das Ergebnis eines Distributionsprozesses, insbesondere eines Warenverteilungsprozesses, beeinflussen. Als Beispiel, das hier von besonderem Interesse ist, besteht ein Bedarf daran, die Distributions- und Bestandsgrößen einer Versorgungskette zu optimieren, in der mehrere Produktionsstätten existieren, wobei mehrere Verteilzentren strategisch in der Nähe von
25 Kunden lokalisiert sind.

30 Entscheidungen über die Zuteilungen von Ressourcen sind in der Regel Beschränkungen unterworfen. Einerseits sind Ressourcen von ihrer Gesamtverfügbarkeit immer begrenzt, und außerdem kann die Nützlichkeit einer bestimmten Ressource in einer bestimmten Anwendung ebenfalls begrenzt sein. So ist beispielsweise die Verkehrsführungs-

kapazität jeder einzelnen Verbindungsstrecke in einem Telekommunikationssystem begrenzt, während der dem Kommunikationssystem angebotene Gesamtverkehr ebenfalls begrenzt ist. Die einzelne Zuteilung einer Ressource weist eine
5 "Rendite" auf, d.h. die Kosten oder den Gewinn für diese Zuteilung. Das Problem besteht somit darin, die Ressourcen derart zuzuteilen, daß alle Beschränkungen berücksichtigt sind und gleichzeitig die Rendite maximiert wird, d.h. die Nachteile, z. B. Kosten, minimiert bzw. die Vorteile, z.
10 B. Gewinne, maximiert werden.

Ein Verfahren, derartige Zuteilungsentscheidungsprobleme darzustellen, ist als das Lineare Programmiermodell bekannt. Ein derartiges Modell besteht aus einer Reihe von linearen Beziehungen, die in einer Matrixform dargestellt
15 werden und quantitativ die Beziehungen zwischen Zuteilungen, Beschränkungen und den Ergebnissen des Optimierungsprozesses repräsentieren. In den linearen Beziehungen wird die Summe aus konstanten Koeffizienten multipliziert mit unbekannten Zuteilungswerten dargestellt. Eine derartige
20 Modellierung der Linearen Programmierung wird in einem mehrdimensionalen Raum erzielt, wobei mehrdimensionale Vektoren eine mehrdimensionale Figur bzw. ein Polytop liefern, wobei jede Facette auf einer Fläche davon durch Gleichungen begrenzt wird, die Beziehungen zwischen zuge-
25 teilten Ressourcen in dem Prozeß definieren. Ein Lösungsansatz des linearen Programmierproblems stellt beispielsweise der Simplexalgorithmus dar, der 1947 von George Dantzig entwickelt wurde. Eine Lösungsalternative ist der Karmarkar-Algorithmus. Es gibt weitere Optimierungsalgo-
30 rithmen, mit denen Mindestkosten-Flußnetzwerkprobleme gelöst werden können. Netzwerkflußprobleme stellen dabei einen Sonderfall der linearen Programmierung dar.

Netzwerkflußalgorithmen finden bei Planungsproblemen in der Industrie vielseitig Anwendung. Sie können bei-

spielsweise bei Problemstellungen hinsichtlich Zuordnung, Transport, Mindestkostenfluß, kürzestem Weg und größtem Fluß durch ein Netzwerk angewandt werden.

Bei Zuordnungsproblemen gibt es einen zweiseitigen
5 (bipartiten) Graph, der eine Anzahl produktiver Knoten und
verbrauchender Knoten (beispielsweise Arbeitern und Aufga-
ben) umfaßt. Die Bögen zwischen den Arbeitern und den Auf-
gaben werden mit Kosten für die Zuordnung des Arbeiters zu
der Aufgabe gewichtet. Das Optimierungsproblem besteht bei
10 diesem Szenarium in der Zuordnung einer Aufgabe zu jedem
Arbeiter derart, daß die Gesamtkosten auf ein Minimum re-
duziert werden. Bei Transportproblemen gibt es einen zwei-
seitigen Graph, bei dem die produktiven und verbrauchenden
Knoten Fabrikanlagen und Verteilzentren sind. Jede Fabrik-
15 anlage produziert Einheiten, und jedes Distributionszen-
trum hat einen Bedarf an diesen Einheiten. Die Bögen zwi-
schen Fabrikanlagen und den Verteilzentren werden durch
Transportkosten der Einheiten gewichtet. Das Optimierungs-
problem besteht in diesem Fall darin, die Transportkosten
20 auf ein Minimum zu reduzieren, unter der Auflage daß alle
Bedarfe in den Verteilzentren erfüllt werden. Das Mindest-
kostenflußproblem ist lediglich das Transportproblem mit
Zwischenknoten in dem Netzwerk. Außerdem können die Bögen
eine kleinste und größte Kapazität aufweisen.

25 Bei dem Problem des kürzesten Weges liegt ein Graph
mit positiv gewichteten Bögen vor. Das Optimierungsproblem
besteht darin, zwischen zwei gegebenen Knoten in dem
Transportnetzwerk den kürzesten Weg zu finden. Das Problem
des größten Flusses durch ein Netzwerk ist ähnlich dem
30 Transportproblem, mit der Ausnahme, daß die Bögen zwischen
den Knoten begrenzte Transportkapazitäten, aber keine
Transportkosten aufweisen. Das Optimierungsproblem besteht
darin, ohne Verletzung der Transportkapazitäten einen
größten Fluß durch das Netzwerk transportiert zu bekommen.

Jedoch sind im Stand der Technik Netzwerkflußprobleme auf Netzwerke mit Knoten und Bögen dazwischen begrenzt, wobei der Fluß durch Transportkosten zwischen ihnen mit einer linearen Strafe belegt wird. Es besteht ein Bedarf an einer Netzwerkflußlösung, bei der die Minimierung der Transportkosten eine niedrigere Priorität hat und bei der die Maximierung des Bereichs von Abdeckungsprofilen in den Verbrauchsknoten von herausragender Wichtigkeit ist. Dieses Problem kann weder, wie im Stand der Technik, als lineares Optimierungsproblem noch als Netzwerkflußproblem formuliert werden.

Kurze Darstellung der Erfindung:

Die Aufgabe der vorliegenden Erfindung besteht in der Schaffung eines neuen Algorithmus für die Maximierung des Bereichs von Abdeckungsprofilen bei dem Verteilungsproblem, das sich bei Planungssystemen in der industriellen Produktion ergibt. Es werden mehrere Algorithmen vorgeschlagen, die auf dieses Problem anwendbar sein sollen. Die Entscheidung hinsichtlich der Frage, welcher Algorithmus für ein gegebenes Verteilungsproblem angemessen ist, hängt von der Größe des Problems und der maximal akzeptablen CPU-Zeit für die Berechnung ab. Die vorliegende Erfindung schlägt eine neue Formulierung des Netzwerkflußproblems vor, die unterschiedliche Transportarten, Zeit- und Terminbeschränkungen, Bedarfsprioritäten und festgelegte Produktionsflüsse berücksichtigt. Die algorithmische Funktion wird dann auf diese Formulierung angewendet.

Die Aufgabe des Algorithmus besteht darin, die freien Variablen der Bereichsprofilformulierung derart zu wählen, daß zuerst der Bereich von Abdeckungsprofilen maximiert wird und danach die Transportkosten minimiert werden. Der

vorgeschlagene Algorithmus kann als grundlegenden Baustein jeden beliebigen Mindestkostenflußalgorithmus verwenden.

Ausführliche Beschreibung der Erfindung:

5

Die vorliegende Erfindung betrifft ein Planungssystem zum Optimieren des Flusses von Waren und Gütern in komplizierten Distributionsnetzwerken unter Verwendung eines neuen, effizienten Algorithmus. Zunächst wird die Formulierung des Planungssystems erörtert, danach werden die auf diese Formulierung anzuwendenden neuen Algorithmen eingeführt. Beim Aufbau des Szenariums, in dem der Algorithmus angewendet werden soll, wird von der Annahme ausgegangen, daß das für die betrachtete Zeitperiode zu verteilende Produktionsvolumen bereits festgelegt ist und daß auch Bedarfsdaten bekannt sind. Der hier beschriebene Verteilungsalgorithmus soll hauptsächlich auf Störungen im Produktionsprozeß oder auf kurzfristige Veränderungen im Verteilungsprozeß reagieren. Das System eignet sich gut für Produkte, die in großen Mengen produziert werden und bei denen der Bedarf stark schwankt. Der hier dargelegte Optimierungsprozeß versucht, durch Zukunftsplanung (Push-Distribution) Transportkosten auf ein Minimum zu reduzieren und Engpässe zu vermeiden. Wenn es dennoch zu Engpässen kommt, wird angestrebt, optimal zu reagieren (Fair-Share-Distribution), indem für den Bedarf Prioritäten gesetzt werden.

Die grundlegende Struktur eines Systems zum Verteilen von Waren, auf die die vorliegende Erfindung angewendet werden kann, umfaßt aus drei Elemente: die Produktionsanlagen, die zentralen Lagerhäuser und die Verteilzentren.

Kurze Beschreibung der Zeichnungen:

Die Erfindung wird nachfolgend anhand in Figuren dargestellter Ausführungsbeispiele näher erläutert. Es zeigen:

5

Figur 1 eine graphische Darstellung eines einfachen Distributionsnetzwerkes.

Figur 2 eine graphische Darstellung eines komplizierten Distributionsnetzwerkes.

10 **Figur 3** eine graphische Darstellung des Zuordnungsproblems in Form eines zweiseitigen Graphen.

Figur 4 eine graphische Darstellung eines Netzwerkes mit ausgeglichener Distribution.

15 **Figur 5** eine graphische Darstellung von Produktions- und Bedarfsknoten mit verschiedenen möglichen Zuordnungen.

Figur 6 eine Produktionsanlage mit Angebot und Bedarf.

Figur 7 eine graphische Darstellung eines Distributionsnetzwerkes mit mehreren Transportarten.

20 **Figur 8** eine graphische Darstellung eines optimierten Distributionsnetzwerkes mit mehreren Transportarten.

Figur 9 ein Flußdiagramm sowohl möglicher als auch optimierter Transportstrecken.

Figur 10 ein weiteres Beispiel möglicher und optimierter Transportstrecken.

25 **Figur 11** den Einfluß unzulässiger Perioden auf die möglichen Transportoptionen in einem Distributionsnetzwerk.

Figur 12 eine graphische Darstellung eines einfachen Distributionsnetzwerkes mit Zeitwerten auf den Bögen.

30 **Figur 13** eine graphische Darstellung der Produktions- und Bedarfsprofile eines Distributionsnetzwerkes.

Figur 14 eine graphische Darstellung eines globalen Bereichsprofils für eine mögliche Zuordnung.

Figur 15 eine graphische Darstellung für ein globales Bereichsprofil für eine weitere mögliche Zuordnung.

Figur 16 ein Beispiel für einen monotonen optimalen Transportplan.

- 5 Figur 17 die Suche nach dem maximalen monotonen Bereichsprofil.

FIG. 1 zeigt den einfachsten Fall eines Distributionsnetzwerkes. In einer Produktionsanlage 102 können unter
10 Einsatz von Produktionseinrichtungen, welche begrenzt verfügbar sind Waren produziert werden. Diese Waren werden anschließend (z. B. in Lagerhäusern) zwischengelagert
104. Um kurze Warentransportstrecken zu Kunden und um eine schnelle und wirtschaftliche Anlieferung zu garantieren,
15 sind Zwischenlagereinrichtungen bzw. Verteilzentren 106 erforderlich. Mit den Zwischenlagereinrichtungen (Zwischenknoten) bzw. den zentralen Lagerhäusern 104 kann ein größeres Transportvolumen erzielt werden. Der Einsatz zentraler Lagerhäuser 104 führt zu längeren Anlieferzeiten,
20 aber auch zu niedrigeren Transportkosten. Ein Verteilzentrum kann, falls erforderlich, auch eine direkte Anlieferung erhalten. Diese besondere Darstellung gibt nur eine schematische Struktur wieder. In der Praxis können Netzwerkstrukturen viel größere Abmessungen mit einer großen
25 Anzahl von Anlagen, Lagerhäusern und Verteilzentren erreichen. Wie in FIG 2 dargestellt, umfassen diese Netzwerkstrukturen mehrere Herstellungsanlagen 202, zentrale Lagerhäuser 204 und Verteilzentren 206.

Die Aufgabe des Verteilungsproblems kann wie folgt
30 zusammengefaßt werden. In der typischen Versorgungskette gibt es Quellen, Senken und ein Transportnetzwerk. Die Quellen sind Anlagen, für die ein geplantes Produktionsprofil vorliegt. Die Senken sind die Verteilzentren, für die ein Bedarfsprofil (Kundenaufträge oder ein prognosti-

zierter Bedarf) vorliegt. Das Transportnetzwerk besteht aus Bögen mit Transportkosten und Zeitwerten zwischen den Zwischenknoten. Die vorliegende Erfindung sucht nach der optimalen Zuordnung der räumlich und zeitlich verteilten
5 Produktion zu dem ebenfalls räumlich und zeitlich verteilten Bedarf, so daß die Lagerreichweite von Abdeckungsprofilen maximiert wird. Wie oben erwähnt, werden zwei Fälle unterschieden. In dem "Push"-Fall übersteigt die Anzahl der zur Verfügung stehenden Produkte den Bedarf, und die
10 Produkte werden derartig verteilt, daß der Bereich der Abdeckung von jedem gleichförmig zunimmt. In dem "Fair Share"-Fall liegt die Anzahl der zur Verfügung stehenden Produkte unter dem Bedarf, und die Produkte werden derartig verteilt, daß wichtigere Kunden bevorzugt beliefert werden
15 und Kunden mit gleicher Priorität ähnlich behandelt werden. Die Erfindung verhindert, einen Kundenbedarf mit niedrigerer Priorität zu bedienen, bevor ein Kundenbedarf mit höherer Priorität bedient wird. In dem "Push"-Fall wird das Minimum des Bereichs von Abdeckungsprofilen auf
20 alle Verteilzentren angewendet. Für den "Fair Share"-Fall wird jede Prioritätsklasse sequentiell behandelt, und die Abdeckung wird maximiert, um diese Bedarfe mit hoher Priorität zu bedienen. Wenn darüber hinaus verschiedene Transportarten, Transportwege und Angebotsquellen zur Verfügung
25 stehen, sollte weiterhin der gesamte Verteilplan so optimiert werden, daß die Gesamtkosten so niedrig wie möglich sind.

Bei dem Ansatz zur Lösung des oben beschriebenen Verteilungsproblems spielt das Transportproblem bzw. das Zuordnungsproblem eine zentrale Rolle. Das zugrunde liegende
30 Zuordnungsproblem ist wie folgt definiert: in einer zweiseitigen graphischen Darstellung mit einer gleich großen Anzahl linker und rechter Knoten sollte jeder Knoten auf der linken Seite einem Knoten auf der rechten Seite zuge-

ordnet sein, so daß jeder Knoten genau einen Partner hat. Die resultierende Verbindung ("Bogen") zwischen zwei Knoten ist mit bestimmten Kosten verbunden. Die resultierenden Gesamtkosten sollten minimal sein. FIG. 3 beschreibt
5 das Zuordnungsproblem in Form einer graphischen Darstellung. Der Pfeil 302 stellt eine mögliche Zuordnung einer Quelle 304 auf der linken Seite zu einer Senke 306 auf der rechten Seite dar. Die Kosten von Zuordnungen sind als Werte 308 der Bögen eingetragen. Das klassische Transport-
10 problem unterscheidet sich von dem Zuordnungsproblem dahingehend, daß ein Knoten auf der linken Seite (nun als "Produzent" bezeichnet) einer beliebigen Anzahl von Knoten auf der rechten Seite (nun als "Verbraucher" bezeichnet) zugeordnet sein kann. Das zu lösende Problem besteht dar-
15 in, wie zwischen den Knoten eine geeignete Verteilung von Materialien gefunden werden kann, so daß der sogenannte Bestandsbereich maximiert wird. Dies bedeutet, den kleinsten Bestand über alle Knoten und Perioden hinweg zu maximieren. Außerdem soll aus den möglichen Lösungen (Lösungs-
20 schar) die Lösung mit den geringsten Transportkosten gewählt werden. Der Lagerbereich eines Lagerhauses ist als die Anzahl nacheinanderfolgender Perioden (einschließlich der gegenwärtigen Periode) definiert, für die der aktuelle Bestand ausreicht. Ein Bereich von 1 bedeutet somit, daß
25 der Bestand exakt den Bedarf einer einzigen, nämlich der gegenwärtigen Periode abdeckt.

Die Entwicklung des Problems, auf die die vorgeschlagenen Algorithmen angewendet werden sollten, wird nun näher beschrieben.

30

DER KLASSISCHE FALL

Im einfachsten Fall betrachte man ein einfaches zweiseitiges Netzwerk mit Produktionsanlagen (PA) auf der einen Seite und Verteilzentren (Verteilzentrum) auf der anderen

Seite. In diesem klassischen Fall erfolgen die Anlieferungen immer von den Anlagen zu den Verteilzentren und nicht in der entgegengesetzten Richtung. Eine PA kann ein beliebiges Verteilzentrum versorgen. **FIG. 4** zeigt ein Beispiel mit zwei Anlagen 402, 404 und zwei Zentren 406, 408. Normalerweise wird man wesentlich mehr Verteilzentren als Produktionsanlagen haben.

Eine Produktionsanlage i weist in einer Periode t eine Produktionsrate $p_i(t)$ auf. In einem Verteilzentrum j liegt eine Kundennachfrage von $o_j(t)$ vor. Der anfängliche Bestand aller Anlagen und Zentren beträgt Null. Wenn der Bereich für 1 Periode gesetzt ist (d.h. der Bestand eines Verteilzentrums muß in einer bestimmten Periode nur genau für diese Periode reichen), kommt es zu folgender Situation: Der Bedarf eines Verteilzentrums j in einer Periode t kann durch alle Produktionen abgedeckt werden, die rechtzeitig dem Verteilzentrum angeliefert werden können (das heißt nicht später als Periode t). Um diesen Bedarf abzudecken, könnte deshalb die Produktion aller Anlagen i in allen Perioden $t' \leq t - T_{ij}$ (wobei T_{ij} die Transportzeit ist) verwendet werden. Bei diesem ersten Beispiel sind die Transportzeiten gleichförmig auf eine Periode eingestellt. Beim Transport einer Materialeinheit entstehen Transportkosten C_{ij} . **FIG. 5** zeigt in unserem Netzwerk diejenige Situation, bei der das Fenster auf drei nachfolgende Perioden erweitert wird (wodurch in die Netzberechnung die zusätzliche Variable der Zeit eingeführt wird). Die Anzahl der berücksichtigten Perioden wird als der Horizont bezeichnet. Bei diesem neuen Szenarium steht jeder Knoten 502 in der Darstellung nun für eine Tagesproduktion bzw. einen Tagesbedarf. Die Pfeile 504 entsprechen nicht mehr direkt den Transportwegen, sondern entsprechen stattdessen der logischen Zuordnung zwischen einer bestimmten Produktionseinheit und einer bestimmten Bedarfseinheit. Jeder

Bogen kann deshalb durch den Ort der Quelle und des Ziels (i and j) und durch den Anfangs- und Endzeitpunkt (t_i and t_j) eindeutig identifiziert werden. Die Zuordnung einer bestimmten Materialmenge von einem Knoten auf der linken Seite zu einem Knoten auf der rechten Seite wird als der Fluß auf dem Bogen bezeichnet. Dieser Fluß führt zu Kosten in der Höhe der entsprechenden Transportkosten C_{ij} in dem Distributionsnetzwerk.

Wie man sehen kann, ist dies ein klassisches, vereinfachtes Transportproblem, wie es aus Operations Research bekannt ist. Als solches kann es über einen standardmäßigen Ansatz aus Operations Research gelöst werden (beispielsweise über den MODI-Algorithmus, wie er aus dem Stand der Technik bekannt ist). Da der eigentliche Optimierer auf der Ebene des Transportproblems arbeitet, wird das Transportnetzwerk von jetzt ab als das *Optimierungsnetzwerk* bezeichnet, und der Optimierer wird als der *Transportoptimierer* bezeichnet. Die Knoten in dem Verteilnetz werden als die *Distributionsnetzwerkknoten* bezeichnet, die Knoten in dem Optimierungsnetzwerk als *Optimierungsnetzwerkknoten*, wenn auf beide Bezug genommen wird. Die Knoten in dem Optimierungsnetzwerk werden in *Quellen* und *Senken* unterteilt.

Dieser besondere Fall eines Distributionsnetzwerks ist einfacher zu behandeln, da hier Produktion und Bedarf des optimierenden Netzes genau denen in dem Distributionsnetzwerk für eine einzelne Periode entsprechen. Wenn der Bereich auf mehrere Zeitperioden vergrößert wird, ist dies nicht mehr der Fall. Die genaue Übertragung dieser Werte aus dem Verteilnetz in das optimierende Netz wird in dem nächsten Abschnitt beschrieben.

VON DEM VERTEILUNGSPROBLEM ZU DEM TRANSPORTPROBLEM IN DEM
KLASSISCHEN FALL.

In dem vorausgegangenen Abschnitt wurde das Verteilungsproblem für einen festgelegten Bereich von einer Periode auf das Transportproblem projiziert. Das Ziel besteht nunmehr darin, die Projektion für jeden möglichen Bereich zu verallgemeinern. Da die Werte der Senken in dem optimierenden Netzwerk bereits um einen Bereich von mehr als einer Periode von dem Bedarf in dem Verteilnetz abweichen und da, die Quellenwerte sich von den Produktionswerten in einem Distributionsnetzwerk unterscheiden können, wird eine weitere Unterscheidung hinsichtlich der Daten des optimierenden Netzwerks spezifisch von den Originaldaten in dem Verteilnetz vorgenommen. Im Weiteren wird bezogen auf das optimierende Netzwerk immer von Angebot und Bedarf gesprochen - die Ausdrücke Produktion und Auftrag beziehen sich immer auf die Werte in dem Verteilnetz. Das Angebot in einer Periode t eines Knotens i in dem optimierenden Netz ist als $s_i(t)$ definiert, und der Bedarf ist als $d_i(t)$ definiert.

Definition des Bereichs der Abdeckung

Der Zielbestand $L_i(t)$ in einer Periode t für einen gegebenen Bereich $R(t)$, ergibt sich aus den Aufträgen der nachfolgenden Perioden (die Einbeziehung des Sicherheitswarenbestand $m_i(t)$ erfolgt hierbei noch nicht):

$$L_i(t) = \sum_{\tau=t+1}^{t+ \lfloor R(t) \rfloor} o_i(\tau) + (R(t) - \lfloor R(t) \rfloor o_i(t + \lceil R(t) \rceil))$$

Alternative Definition / Verallgemeinerung des Bereichs der Abdeckung

Die allgemeine Aussage über den Bereich der Abdeckung (Lagerreichweite) kann alternativ so geschrieben werden, daß
 5 sie eine Maximierung des Multiplikators des Sicherheitswarenbestands enthält:

$$L_i(t) = o_i(t) + R(t) * \text{Sicherheitswarenbestand}$$

oder allgemein für jede monoton ansteigende Funktion f mit

$$L_i(t) = f(R(t)).$$

10

Der Übersichtlichkeit halber wird im folgenden nur die erstgenannte Definition des Bereichs der Abdeckung betrachtet.

15 Im Fall eines Verteilzentrums hängt der Bedarf $d_i(t)$ von der Differenz des Zielbestands $L_i(t) - L_i(t-1)$ ab, der wiederum von dem Bereich $R(t)$ und dem Kundenauftrag $o_i(t)$ abhängt. Der Bedarf $d_i(t)$ ergibt sich zu:

20 Verteilzentren: $d_i(t) = o_i(t) + L_i(t) - L_i(t-1)$

[Die Bedingungen: $d_i(t) \geq 0 \Leftrightarrow R(t) \geq R(t-1) - 1$ sollten hierbei erfüllt sein.]

25 Das Angebot $s_i(t)$ einer Anlage entspricht bei diesem einfachen Modell der realen Produktion. Eine Anlage weist normalerweise keinen Eigenbedarf auf, das heißt sie hat keinen Zielbereich, der erreicht werden muß. Das Angebot der Anlage $s_i(t)$ ergibt sich zu:

30

$$s_i(t) = p_i(t)$$

Nun kann das Transportproblem, wie es in dem vorausgegangenen Abschnitt gezeigt ist, definiert werden. In FIG. 5
 35 muß lediglich $p_i(t)$ durch $s_i(t)$ und $o_i(t)$ durch $d_i(t)$ ersetzt werden.

VON DEM VERTEILUNGSPROBLEM ZU DEM TRANSPORTPROBLEM IN DEM ALLGEMEINEN FALL.

Die Modelle zum Projizieren des bisher gezeigten Transportproblems sind auf wesentliche Werte begrenzt. Es wird nun ein Modell erstellt, bei dem Sicherheitswarenbestände und Aufträge mit mehreren Prioritätsklassen berücksichtigt werden:

$$L_i(t) = m_j(t+R(t)) + \sum_{\tau=t+1}^{t+R(t)} \sum_{P \leq P_{\text{prognostiziert}}} o_j^P(\tau)$$

(Verallgemeinerung für nichtganzzahlige $R(t)$ siehe oben)

Anmerkung: Wenn auch Durchgangsfrachten $tr_i(t)$ (festgelegte Anlieferungen) berücksichtigt werden, dann reduziert sich der Bedarf zu:

$$d_i(t) = o_i(t) - tr_i(t) + L_i(t) - L_i(t-1).$$

Immer dann, wenn die Durchgangsfracht groß genug ist, kann dieser Bedarf möglicherweise negativ werden, d.h. dieser Knoten verändert sich zu einem Angebotsknoten mit positivem Angebot:

$$s_i(t) = -(o_i(t) - tr_i(t) + L_i(t) - L_i(t-1)).$$

Das bedeutet, daß immer dann, wenn die festgelegte Anlieferung $tr_i(t)$ groß genug ist, ein Verteilzentrum zu einem bestimmten Zeitpunkt t ein Angebotsknoten (anstelle eines Bedarfsknotens) werden kann. In diesem Fall kann ein derartiges Angebot eines Verteilzentrums i zu einem bestimmten Zeitpunkt t hinsichtlich der Transportzeit einem beliebigen Bedarf eines anderen Knotens zugeordnet werden. Insbesondere die Transportzeit und die Transportkosten für

die zukünftigen Bedarfe des gleichen Verteilzentrums i werden auf Null gesetzt. Zu Beginn des Planungshorizonts $t = 0$ kann der anfängliche Bestand von Verteilzentren durch festgelegte Anlieferungen $tr_i(0)$ modelliert werden.

5 **FIG. 6** zeigt ein kleines Netzwerk mit einer Herstellungsanlage 602 und zwei Verteilzentren 604, 606. In dem Verteilzentrum 1 beispielsweise liegt aufgrund eines sehr großen anfänglichen Bestands in Periode 1 ein Überangebot vor. Dies kann nun dem Bedarf der Periode 2 608 oder dem

10 Bedarf des Verteilzentrums 2 zugeordnet werden.

UNTERSCHIEDLICHE TRANSPORTMÖGLICHKEITEN

In dem vorausgegangenen Abschnitt wurde ein sehr einfaches Netzwerk mit nur einem Transportmittel zwischen zwei Knoten berücksichtigt.

15 Es wird nun die Veränderung untersucht, die zu dem Prozeß führt, eine Lösung zu finden, wenn verschiedene Transportverfahren zur Verfügung stehen. Verschiedene Transportverfahren bedeutet nicht notwendigerweise verschiedene Transportmittel, es kann sich auch

20 auf Alternativen bei dem Weg beziehen (beispielsweise für den Fall von Lastwagentransporten). Der längere Weg muß es wert sein, das heißt er ist nur dann sinnvoll, wenn dadurch niedrigere Transportkosten entstehen.

FIG. 7 veranschaulicht ein Distributionsnetzwerk mit mehreren möglichen Mitteln für den Transport wie beispielsweise durch Lastwagen 702 oder durch Flugzeuge 704. Verschiedene Bögen entsprechen in diesem Fall verschiedenen Transportmitteln. Die Strecken sind immer mit den verwendeten Transportmitteln und mit der Zeit 706 des Trans-

25 ports (in Perioden) markiert. In der Darstellung des optimierenden Netzwerks korreliert jeder Bogen mit einer maximalen Transportdauer. Beispielsweise kann für die Zuordnung eines Angebots aus Periode 1 zu einem Bedarf in Periode 2 lediglich ein Transportmittel gewählt werden, das

30

zum Transport nicht mehr als eine Periode benötigt. Außerdem ist es sinnvoll, nicht lediglich eine durchführbare Möglichkeit, sondern die beste Möglichkeit zu wählen. Man kann dann die grundlegende Annahme formulieren, daß für
5 den Fall, daß ein langsamerer Transportmittel gewählt wird, es auch das preiswertere ist. Diese zusätzliche Annahme verändert im Prinzip deshalb nur die Kosten der Zuordnung in dem entsprechenden Transportproblem. Die Verbindung mit dem Transportproblem ist in FIG. 8 gezeigt, in
10 welcher ein Optimierungsnetz dargestellt ist, in dem mehrere Transportarten vorliegen. Die Projizierung der Transportkosten wird durch die verschiedenen genutzten Transportarten erweitert.

15 TRANSPORT ÜBER ZWISCHENLAGEREINRICHTUNGEN.

Im Weiteren wird zunächst der Fall mit nur einer Möglichkeit des Transports für jede direkte Strecke zwischen zwei Knoten betrachtet. Anschließend wird die Veränderung berücksichtigt, die sich ergibt, wenn für eine derartige
20 Strecke mehrere Alternativen zugelassen werden.

ZWISCHENLAGEREINRICHTUNGEN IM FALL EINER MÖGLICHKEIT DES TRANSPORTS PRO STRECKE.

Bisher wurde lediglich ein zweistufiges Distributionsnetzwerk berücksichtigt. Die Verbraucher (in diesem Fall die Verteilzentren) werden von den Herstellungsanlagen direkt beliefert. Oftmals benutzen Distributionsnetzwerke auch zentrale Zwischenlagereinrichtungen. Durch Einführen dieser Einrichtungen können die Transportwege zu den Verteilzentren nun teilweise zusammengebündelt werden. Anlieferungen können ebenfalls gebündelt und somit möglicherweise preiswerter gemacht werden. Das zentrale Lagerhaus funktioniert wie eine Durchgangsstation, um die Anlieferungs-
30 optimierung zu unterstützen. Aus diesem Grund kann die

Produktion der Anlagen den Verteilzentren direkt zugeordnet werden. Für die Dauer des Gesamttransports (über die Zwischenlagereinrichtung) kann die Summe der Transportzeit zu dem zentralen Lagerhaus und von dort zu dem Verteilzentrum verwendet werden. Die Transportzeiten schließen gegebenenfalls bereits die Ein- und Auslagerzeiten mit ein. Da das erfindungsgemäße Verfahren den Bereich der Abdeckungsprofile der Lagerhäuser maximieren soll, sind möglichst frühe Anlieferungen und deshalb kurze Transportzeiten von Vorteil. Aus diesem Grund wird immer der schnellste Weg zwischen zwei Knoten bevorzugt, selbst wenn er nicht notwendigerweise der direkte Weg ist. In der graphischen Darstellung der Transportzeiten ist, um die kürzeste Gesamttransportdauer zwischen zwei beliebig gewählten Knoten zu erhalten, die transitive Hülle der graphischen Darstellung zu berechnen. FIG. 9 zeigt ein Beispiel mit der kürzesten Transportzeit zwischen zwei Knoten, oben ist das gegebene Netz dargestellt, unten die dazugehörige transitive Hülle.

In dem ersten Flußdiagramm 902 sind die verschiedenen Transportstrecken und -zeiten gezeigt. Es dauert drei Perioden, um von Knoten 904 zu Knoten 906 zu kommen. Um allerdings von Knoten 904 durch Knoten 908 zu Knoten 906 zu kommen, dauert es nur zwei Perioden. Unter Berücksichtigung dieser Angaben wird das Flußdiagramm 910 erstellt, das die Mindestzeiten zeigt, die erforderlich sind, um sich zwischen den Knoten zu bewegen.

Wenn die Zeitdauer des schnellsten Wegs auf diese Weise berechnet worden ist, werden dann die damit verbundenen Kosten berechnet. Analog zu den Zeiten setzen sie sich aus der Summe der Kosten für jeden Teil des Wegs zusammen. Gibt es mehrere schnelle Wege, werden die Kosten des effizientesten und/oder günstigsten unter ihnen verwendet.

ZWISCHENSPEICHEREINRICHTUNGEN IM FALL VON ALTERNATIVEN
MÖGLICHKEITEN DES TRANSPORTS FÜR JEDE STRECKE.

Wie oben erläutert, können mit dem erfindungsgemäßen Verfahren auch alternative Bögen in dem Distributionsnetzwerk berücksichtigt werden. Beim Transport über Zwischenknoten stellt sich die Frage, welcher Bogen für die verschiedenen Segmente verwendet werden soll. Wenn alle Kombinationen zugelassen werden, dann ergeben sich bei mehreren Zwischenknoten schnell sehr viele Möglichkeiten des Transports zwischen den Endknoten. Bei näherer Untersuchung allerdings stellt sich heraus, daß nicht jede dieser Bogenkombinationen sinnvoll ist. Zum Beispiel würde man normalerweise nicht in einem ersten Segment eine Expresßverbindung und in einem zweiten Segment eine langsame Verbindung benutzen. Aus diesem Grund ist zur Eingabe der Verbindungen folgendes Verfahren gewählt worden:

Zunächst wird die Anzahl der maximal zulässigen Transportarten in dem Netz spezifiziert. Die Transportarten entsprechen hier verschiedenen Geschwindigkeitsklassen (beispielsweise Normal und Expresß). Wenn nun zwischen zwei Knoten eine direkte Verbindung definiert werden soll, dann gibt man für jede Transportart (d.h. Geschwindigkeit, Klasse, usw.) die Kosten und die Dauer an. Der Optimierer berechnet dann für jede Klasse getrennt den besten Weg, wie in dem letzten Abschnitt beschrieben. Diese Daten werden dann in dem Optimierungsnetzwerk verwendet. Bei Wegen mit mehreren Segmenten werden die Transportarten nicht miteinander vermischt. Wenn dennoch auf einer Strecke nur eine Transportmöglichkeit zugelassen werden soll, dann werden für alle Transportarten die gleichen Daten verwendet. FIG. 10 zeigt ein Beispiel. Die Zeichnung zeigt oben das eingegebene Netzwerk, und unten das daraus durch den Optimierer erstellte Netzwerk. Der Weg 1002 zeigt ein Herstellungszentrum 1004, ein zentrales Lagerhaus 1006 und

ein Verteilzentrum 1008. Er zeigt einen Transportweg 1010 per Zug, der 1 Periode benötigt, Transportweg 1012 per Lastwagen, der 3 Perioden benötigt, Transportwege 1014, 1016 per Flugzeug, die jeweils 1 Periode benötigen. Die
5 Bögen des Normalmodus sind mit Punkten gezeigt, die Bögen der Expresßbetriebsarten sind mit Linien gezeigt. Zwischen den Knoten 1006 und 1008 gibt es nur eine reale Verbindung, nämlich den Transport per Flugzeug. Der Weg 1018 zeigt die von dem Optimierer zwischen dem Herstellungszentrum 1004, dem zentralen Lagerhaus 1006, und dem Verteilzentrum 1008 komprimierten Wege.

UNZULÄSSIGE PERIODEN

Im folgenden wird die Implementierung von unzulässigen Bögen erörtert. Jede Transportverbindung und jeder Distributionsknoten kann mit einer Liste unzulässiger Perioden versehen werden. Unzulässige Perioden sind Zeitfenster wie beispielsweise Feiertage, an denen der Transport ruht oder an denen keine Waren angenommen oder ausgegeben werden
20 können. Es wird an den oben beschriebenen klassischen Fall erinnert, in dem jeder Knoten in dem Optimierungsnetz für einen Ausgangspunkt i , einen Startzeitpunkt t_i , einen Zielort j und eine bestimmte Zielzeit t_j einer bestimmten Materialzuweisung steht. Um Feiertage zu berücksichtigen,
25 wird jeder Bogen soweit in die Zukunft geschoben, bis t_i auf eine zulässige Periode zur Ausgabe von Waren beim Knoten i fällt (das heißt, sowohl zu der Startzeit als auch zu der Zielzeit wird ein gemeinsames Zeitdelta addiert). Danach wird t_j ebenfalls solange verschoben, bis die Summen der zulässigen Transportperioden zwischen t_i und t_j für
30 den entsprechenden Transport ausreichen, und bis t_j auf eine zulässige Periode zur Annahme von Waren beim Knoten j fällt. FIG. 11 zeigt ein optimierendes Netzwerk mit einem Horizont aus sechs Perioden 1102, 1104, 1106, 1108, 1110,

1112. Die Knoten sind mit der Distributionsnetzknottennummer i und der zugehörigen Periodennummer t_i markiert. Die unzulässigen Perioden sind jeweils schraffiert/grau dargestellt. In Periode 2 ist die Warenannahme im Distributionsnetzknotten 1 verboten. Die Warenabgabe ist in Knoten 2 in Periode 5 unzulässig. In Periode 3 1114 ist der Transport unzulässig. Die beschriebene Distribution der unzulässigen Perioden ist natürlich ein Extremfall. In den meisten Fällen wird der Feiertag wenigstens die gleichzeitig warenempfangenden und warenausgebenden Bereiche tangieren.

DIE SUCHE NACH DEM MAXIMALEN BEREICHSPROFIL.

Das Ziel der vorliegenden Erfindung besteht darin, die Verteilzentren der Bedarfsknoten mit dem zur Verfügung stehenden Material derart zu beliefern, daß das Reichweitenprofil des Bestands über alle Lager maximiert wird. Die Aufgabe besteht deshalb darin, eine geeignete Zuordnung von den Angebotsknoten zu den Bedarfsknoten zu finden. Bisher wurde dargestellt, wie eine Zuordnung zu einem gegebenen Bereichsprofil bestimmt wird, welche die oben angeführten Bedingungen erfüllt (minimale Transportkosten, die Feiertage usw. berücksichtigen). Dies geschieht durch die Abbildung eines Transportproblems und Lösung desselben unter Verwendung eines effizienten Transportalgorithmus, beispielsweise des MODI-Algorithmus, der als Grundlage für den von der vorliegenden Erfindung vorgeschlagenen verbesserten Algorithmus dienen kann. Nachfolgend wird das Problem der Maximierung des Bereichs der Abdeckung definiert.

30

MAXIMIERUNG DER REICHWEITENPROFILE BEI ÜBERANGEBOT

Ein Überangebot bedeutet, daß dem geplanten Kundenbedarf vollständig entsprochen werden kann. Somit hat der Transportoptimierer bei dem minimalen Reichweitenprofil von einer Periode über alle Verteilzentren und Zeitpunkte hinweg eine Lösung gefunden. Nun muß das Reichweitenprofil maximiert werden. Auf den ersten Blick besteht die einzige Option darin, mit den gegebenen Möglichkeiten verschiedene Profile auszuprobieren und allmählich auf das Optimum hinzuarbeiten, z. B. durch ein Trial-and-Error-Verfahren. Annahmen hinsichtlich der existierenden Angebots- und Bedarfssituation, die die allgemeine Gültigkeit des Prozesses nicht übermäßig einschränken, können allerdings die Suche stark beschleunigen. Man muß allerdings das Risiko akzeptieren, daß man nicht immer eine optimale Lösung finden kann. Vor einer ausführlicheren Erörterung sollte die Frage beantwortet werden, was unter einem maximalen Reichweitenprofil zu verstehen ist.

20 WIE SIEHT EIN MAXIMALES REICHWEITENPROFIL AUS?

Wenn man die Reichweite aller Verteilzentren in dem Netzwerk beschreiben will, dann ist das Reichweitenprofil jedes einzelnen Verteilzentrums zu beschreiben. Da die erfindungsgemäße Aufgabe allerdings darin besteht, die Reichweiten zwischen den Lägern zu einem gegebenen bestimmten Zeitpunkt soweit wie möglich auszugleichen, reicht es aus, nur von einem globalen Reichweitenprofil zu sprechen, das dann für jedes Verteilzentrum als unterer Grenzwert gültig ist. Genauer gesagt ist das globale Profil $R(t)$ das Minimum für das örtliche Profil $R_i(t)$ über den Knoten i . Die örtlichen Profile können möglicherweise zuweilen über dem globalen Profil liegen; sie können allerdings niemals darunter liegen, d. h. es gilt: $R(t) = \min_i \{R_i(t)\}$.

Wie bisher, wird im Weiteren nur von dem Reichweitenprofil gesprochen (das alle Verteilzentren betrifft). Man würde intuitiv vermuten, daß das maximale Bereichsprofil dasjenige Profil ist, das in jeder Periode maximal ist.

5 Dieses trifft nicht zu. Die maximale Reichweite in einer bestimmten Periode kann sich signifikant von der Reichweite einer anderen vorausgehenden Periode unterscheiden.

FIG. 12 zeigt als Beispiel ein Netzwerk mit zwei Herstellungsanlagen und zwei Verteilzentren. Auf den Bögen

10 sind die entsprechenden Transportzeiten eingetragen. In FIG. 13 sind die zugehörigen Produktions- und Bedarfsprofile gezeigt. Das Beispiel ist gemäß dem einfachen Modell eines Distributionsnetzwerkes aufgebaut und beinhaltet keine Sicherheitswarenbestände, Initiallagerbestände oder

15 feste Zugänge. Alle Bedarfsklassen weisen gleiche Priorität auf, und es gibt nur eine Transportart. Für die folgende Betrachtung des Reichweitenprofils wird immer dieses einfache Modell verwendet. In einer bestimmten Periode ist die maximal mögliche globale Reichweite diejenige Reichweite, die beide Verteilzentren in dieser Periode gleich-

20 zeitig erreichen können. In Periode 2 weist die Reichweite einen Wert Drei auf. Dieser Wert wird nur dann erreicht, wenn die Produktion der ersten Periode von Werk 1202 (40 Einheiten) den Verteilzentren zu gleichen Teilen zugeord-

25 net wird. Das Werk 1202 hat keinen Einfluß auf den Bereich in der zweiten Periode, da das Material von diesem Werk 1202 nicht vor der dritten Periode angeliefert werden kann. Bei dieser Zuordnung ergibt sich für das Verteilzentrum 1 in der vierten Periode automatisch eine Reichweite

30 von Eins, da dieses Verteilzentrum von dem Werk 2 erst in der fünften Periode erreicht wird und da die anfängliche Produktion der Herstellungsanlage 1 bereit "aufgebraucht" ist. FIG. 14 zeigt die maximale globale Reichweite für diese erste Zuordnung. Die minimalen Lagerbestände beider

Zentren 1206, 1208 zu Beginn jeder Periode sind in Klammern gezeigt. Es ergibt sich immer dann eine unendliche Reichweite, wenn der Lagerbestand mindestens für alle folgenden Perioden ausreicht, da für Perioden jenseits des Horizontes ein Bedarf von null Einheiten angenommen wird.

Will man nun die globale Reichweite in Periode 4 von 1 auf 2 anheben, bietet sich folgende Zuordnung an. Von den in Periode 1 von Werk 1202 produzierten 40 Einheiten werden 30 Einheiten dem Verteilzentrum 1206 und 10 Einheiten dem Verteilzentrum 1208 zugeordnet. Von den 40 Einheiten der ersten Periode in Anlage 1204 ordnet man mindestens 20 Einheiten dem Verteilzentrum 1208 zu. Bei einer geeigneten Verteilung der restlichen Produktion von Anlage 1202 (beispielsweise auf beide Zentren 1206, 1208 in gleichen Teilen) wird die in FIG. 15 gezeigte globale Reichweite erreicht.

Diese Zuordnung hat den zusätzlichen Vorteil, daß das Minimum des globalen Bereichs über alle Perioden von 1 auf 2 angestiegen ist. Dieses Beispiel zeigt, daß es nicht immer günstig ist, bei Beginn die größtmögliche globale Reichweite aufzubauen. Dies verhindert manchmal die Möglichkeit, zu einem späteren Zeitpunkt ein Minimum der globalen Reichweite auszugleichen. Dieser Prozeß des Ausgleichens des Bestands ist in jedem Fall wünschenswert, um ein gutes Gesamtprofil zu erhalten. Die Reichweitenprofile in Fig. 14 und Fig. 15 müssen deshalb so eingestuft werden, daß das Reichweitenprofil in Fig. 15 bei Bewertung sich als besser als das Profil in Fig. 14 herausstellt. Es reicht nicht aus, nur das globale Minimum der Profile zu vergleichen (wie man denken könnte), da die anderen Perioden, bei denen eine Reichweite möglicherweise nur knapp über dem Minimum liegt, bei einem Vergleich nicht berücksichtigt werden. Es wird für das globale Reichweitenprofil deshalb die folgende Ordnung definiert:

Einstufung für das globale Bereichsprofil:

Für zwei globale Bereichsprofile R^1 und R^2 gilt:

$$5 \quad R^1 > R^2 : \Leftrightarrow \min\{R^1(t) \setminus R^1(t) \neq R^2(t)\} > \min\{R^2(t) \setminus R^1(t) \neq R^2(t)\}$$

Für die Vollständigkeit dieser Einstufung ist zu zeigen, daß wenn zwei Elemente nicht verglichen werden können (die Profile weisen bei verschiedenen Punkten das gleiche
10 Minimum auf), es immer ein Element gibt, das größer ist als die beiden anderen Elemente.

DAS MONOTONE REICHWEITENPROFIL

Es ist sehr zeitaufwendig, mit den bekannten Verfahren
15 (Trial-and-Error-Verfahren) das optimale Reichweitenprofil zu bestimmen, wenn beispielsweise das folgende Verfahren angewandt wird: Beginnend mit einer minimalen gleichmäßigen Reichweite von 1 zu jedem bestimmten Zeitpunkt vergrößert man die Reichweite in Periode 1 um ein kleines Delta
20 der Reichweite. Wenn eine Lösung gefunden wird, vergrößert man die Reichweite in Periode 2 ebenfalls und so weiter. Nachdem alle Perioden behandelt worden sind, beginnt der Prozeß wieder bei der ersten Periode. Falls die Reichweite in einer bestimmten Periode nicht vergrößert werden kann,
25 wird diese Periode bei den weiteren Iterationen von den Vergrößerungen ausgenommen. Die zeitliche Komplexität dieses Ansatzes wird durch $O(R_{\max}/R_{\min} \cdot H)$ Aufrufe des Transportoptimierers begrenzt, was möglicherweise zuviel Zeit in Anspruch nimmt, wobei R_{\max} als die optimale Reichweite
30 definiert ist, der in der Periode auftreten kann; wobei R_{\min} als die Präzision bzw. Granularität definiert ist, mit der dieser Bereich bestimmt werden soll, und H für den Horizont steht. In diesem Fall muß der Optimierer immer die Daten des gesamten Horizonts optimieren.

Aus diesem Grund werden erfindungsgemäß zunächst monotone Reichweitenprofile betrachtet. In einem zweiten Schritt wird dieser Ansatz auf nicht monotone Bereiche von Reichweitenprofilen verbessert. Da bei einer monoton steigenden Funktion das Minimum immer am Anfang liegt, ist das Profil, das unter den monoton steigenden Profilen das Maximum ist, das erste (mit dem kleinsten t), das einen größeren Wert als die anderen Profile erreicht. Ein Transportplan, der auf der Grundlage des maximalen monotonen Bereichsprofils berechnet wird, ist sehr gut, doch ist er leider nicht immer optimal. Dies zeigt ein Beispiel. Die Tabelle in **FIG. 16** zeigt eine mögliche Situation in einem Distributionsnetzwerk mit einem Werk und zwei Verteilzentren. Die Transportzeit ist gleichmäßig eine Periode.

Das maximale monotone Reichweitenprofil R^M weist in jeder Periode einen Wert von 1 auf (mit Ausnahme der letzten Periode, da für den Bedarf von Perioden jenseits des Horizonts der Wert 0 angenommen wird), da in Periode 5 kein größerer Bereich möglich ist. Die Tabelle zeigt den Plan, der sich ergibt, wenn in dem Optimierungsnetz das Angebot dem Bedarf zugeordnet wird und wenn die Anlieferung sofort beginnt. Bei Z^M beispielsweise wird die Produktion von 30 Einheiten in der ersten Periode den ersten drei Bedarfen des Verteilzentrums 1206 (s. Fig. 12) zugeordnet. Wenn alle 3 zugeordneten Anlieferungen sofort beginnen, d. h. in dieser ersten Produktionsperiode, dann findet ein Gesamttransport von 30 Einheiten zu dem Verteilzentrum 1206 statt. Der Transportplan Z^M reicht für das maximale monotone

Reichweitenprofil aus; er bildet aber eine tatsächliche globale Reichweite (das heißt das Minimum der tatsächlichen Reichweite der Verteilzentren) von R^M , 1606, der kleiner ist als der maximal mögliche Bereich R 1608 (bei der Zuordnung Z). Mit anderen Worten, der Plan z^M 1604 ist für den maximalen monotonen Bereich sehr gut (er ist *monoton-optimal*), ist aber nicht völlig optimal.

Ein optimaler Transportplan für die erste Periode ergibt sich wie folgt: Die Zuordnung von Angebot der ersten Periode sollte keinen negativen Effekt auf den Bereich in sämtlichen Perioden haben. Durch die folgende Annahme kann der Aufwand einer derartigen Suche gemäß diesem Plan wesentlich reduziert werden. Um den monotonen optimalen Transportplan der ersten Periode zu erhalten, reicht es aus, die Suche nach dem maximalen Bereichsprofil auf solche Profile zu beschränken, die nur in dem Anfangsbereich nicht konstant sind, das heißt bei $t \leq \max_{i,j}\{T_{ij}\}$ mit T_{ij} Transportzeit zwischen den Knoten i und j . Man muß das Reichweitenprofil nur bis zu der Periode der maximalen Transportzeit erhöhen; in allen folgenden Perioden kann das Profil einen konstanten Wert aufweisen.

Wenn bei der Bestimmung des Optimierungsnetzwerkes nicht der gesamte Horizont H betrachtet wird, sondern nur die Perioden $t \leq H_{kurz}$ bis zu einem bestimmten Zeitpunkt $H_{kurz} < H$, das heißt wenn bei $t \leq H_{kurz}$ lediglich Angebot $s_i(t)$ und Bedarf $d_i(t)$ berücksichtigt werden, dann liefert das Optimierungsnetzwerk ein maximales Reichweitenprofil R_{max}^{kurz} , das in jeder Periode mindestens so groß ist wie

das maximale Profil R_{\max} über den gesamten Horizont hinweg:

$$\forall t \leq H_{\text{kurz}} : R_{\max}^{\text{kurz}}(t) \geq R_{\max}(t).$$

5 SCHNELLE BEREICHSPROFILSUCHE

Nachdem der kurze Horizont definiert worden ist, soll er auf eine Periode verkürzt werden. Das resultierende Optimierungsnetzwerk (das nur dann sinnvoll ist, wenn es möglich ist, den Transport in einer Periode auszuführen), ist sehr klein, und die Bogenflüsse können sehr schnell berechnet werden. Die maximale Reichweite in Periode 1 wird durch eine binäre Suche ermittelt. In dem nächsten Schritt wird die zweite Periode hinzugefügt, und es wird versucht, über beide Perioden hinweg ein maximales Bereichsprofil zu finden. Dabei wird das Reichweitenprofil aus dem ersten Schritt, das bis jetzt nur für die erste Periode gilt, beibehalten, und die zweite Periode wird mit dem Wert der vorausgegangenen Periode (in diesem Fall der ersten) initialisiert. Falls eine Lösung für dieses Profil gefunden wird, kann die Reichweite der zweiten Periode wieder unter Verwendung einer binären Suche maximiert werden, usw. Falls für einen kurzen Horizont H_{kurz} die Reichweite $R(H_{\text{kurz}})$ von $R(H_{\text{kurz}}-1)$ übernommen wird, das heißt falls keine Lösung gefunden wird, wird die Reichweite in der Periode H_{kurz} um eine Periode gesenkt. Das resultierende Profil wird immer monoton gehalten, das heißt in allen Perioden $t < H_{\text{kurz}}$ wird die Reichweite auf $R(t) = \min\{R(t), R(H_{\text{kurz}})\}$ gesetzt. Spätestens jetzt muß eine Lösung möglich sein, da sich eine Reichweite von

$R(H_{kurz}) = R(H_{kurz} - 1) - 1$ aus dem Bereich $R(H_{kurz} - 1)$ in Periode H_{kurz} ergibt. Nun wird nochmals versucht, den Wert dieser und der folgenden Perioden zu erhöhen, beginnend mit der ersten Periode, in der bei diesem Schritt eine Reichweite verändert wurde. Der betrachtete Horizont bleibt bei H_{kurz} . Nachdem $T_{max} = \max_{ij} \{T_{ij}\}$ mit dem kurzen Horizont bestimmt wurde, werden im nächsten Schritt alle darauffolgenden Perioden wie eine einzige Periode behandelt. Der betrachtete Horizont wird auf den Gesamthorizont erweitert, und alle folgenden Perioden werden auf den Wert $R(H_{kurz})$ gesetzt. Nach diesem Schritt ist das Verfahren beendet, und das maximale monotone Profil ist gefunden worden. Es steigt bis zu einem Punkt T_{max} an und bleibt danach konstant.

FIG. 17 zeigt ein Beispiel gemäß dem erfindungsgemäßen Verfahren. Schritt 4 1702 zeigt einen Rückschritt. Die Reichweite in Periode (Zeitintervall) 4 kann nicht auf dem Wert aus Periode 3 gehalten werden und wird deshalb auf einen Wert von 1,25 reduziert. Alle vorherigen Perioden mit einem größeren Bereich werden auf diesen Bereich reduziert. Danach beginnt man wieder, den Bereich der betroffenen Periode zu vergrößern. In jedem Schritt stellt der in der letzten Periode des gerade betrachteten Horizonts für die Reichweite gefundene Wert, das heißt $R(H_{kurz})$, eine Obergrenze für die Reichweite dar, die in dieser Periode erreicht werden kann. Da das maximale monotone Profil auch Transportpläne toleriert, die es unmöglich machen, ein allgemeines maximales Profil (beispielsweise in diesem Abschnitt) zu erreichen, kann man diese Grenzwerte verwenden, um einen

möglichen Fehler in dem berechneten monotonen Profil sichtbar zu machen und möglicherweise darauf interaktiv zu reagieren.

Ist $Opt(H)$ die Laufzeit des Transportoptimierers für den Horizont H , dann ist die Laufzeit im ungünstigsten Fall:

$$O(\log(R_{\max}/R_{\min}) \cdot T_{\max} \cdot Opt(H_{\max})).$$

R_{\max} ist die maximale Reichweite, die in einer Periode auftreten kann, R_{\min} ist die Genauigkeit (Granularität), mit der diese Reichweite bestimmt werden kann, T_{\max} ist die maximale Transportzeit zwischen zwei Knoten (bei der langsamsten Transportart) und H_{total} ist der Gesamthorizont (für die Gesamtlaufzeit einschließlich der Laufzeit für den Transportoptimierer).

Bei der praktischen Anwendung stellte es sich heraus, daß ein Rücksetzschrift kaum erforderlich ist. Wenn man davon ausgeht, daß Engpässe mit größerer Wahrscheinlichkeit am Anfang auftreten und daß das Produktionsvolumen insgesamt das Bedarfsvolumen geringfügig übersteigt (Push-Distribution), dann findet in dem letzten Schritt (in dem alle Perioden nach T_{\max} in das Optimierungsnetz aufgenommen sind) kein Rücksetzschrift statt, und die Anzahl der Aufrufe des Transportoptimierers beträgt nur $\log(R_{\max}/R_{\min})$ für den Gesamthorizont. Dann ergibt sich zusammen mit dem Aufwand für den Anfangsbereich folgende Laufzeit:

$$O(\log(R_{\max}/R_{\min}) \cdot (T_{\max} \cdot Opt(T_{\max}) + Opt(H_{\text{total}})))$$

30

Das erfindungsgemäße Verfahren erzeugt schnell einen monotonen optimalen Transportplan für die erste Periode.

5 NICHT AUSREICHENDES ANGEBOT

In dem vorausgegangenen Abschnitt wurde angenommen, daß die Produktion immer ausreicht, um alle Bedarfe immer zeitig abzudecken. Dies ist natürlich nicht immer der Fall. Wenn ein nicht ausreichendes Angebot
10 vorliegt, muß die Bedarfssituation auf geeignete Weise gelockert werden. Dies kann auf zweierlei Weise geschehen:

1. der Bedarf selber wird reduziert, das heißt einige wenige Kundenaufträge werden nur teilweise oder
15 überhaupt nicht ausgeführt.
2. Es wird eine Verzögerung bei der Erfüllung der Aufträge gestattet.

Auch können beide Varianten kombiniert werden. Eine Kombination ist insbesondere dann sinnvoll, wenn ein
20 nicht ausreichendes Angebot nicht lediglich ein kurzfristiges Problem ist, das heißt wenn die Produktion allgemein unter dem Bedarf liegt. In dieser Situation würden sich Verzögerungen ohne Bedarfskürzung weiterhin anhäufen.

25

BEDARFSKÜRZUNG

Wenden wir uns nun dem ersten Fall zu (keine Verzögerung). Um den Bedarf auf geeignete Weise zu
30 verkürzen, werden Kundenaufträgen unterschiedliche Prioritäten zugewiesen. Eine Bestellung $o_i^p(t)$ des Verteilnetzknotens i in der Periode t wird zusätzlich mit ihrer Priorität P markiert. Die unwichtigen Prioritätsklassen (das heißt Aufträge in diesen

Klassen) werden soweit gestrichen, bis das zur Verfügung stehende Materialvolumen ausreicht, die noch verbleibenden Aufträge rechtzeitig zu erfüllen. Es wird der gleiche erfindungsgemäße Ansatz wie
5 vorgeannt erwähnt. Der ganzzahlige Teil $\lfloor R(t) \rfloor$ spezifiziert die Anzahl der Prioritätsklassen, deren Aufträge vollständig erfüllt werden. Der rationale Teil $R(t) - \lfloor R(t) \rfloor$ ist derjenige Teil, der von der nächsten Prioritätsklasse erfüllt wird. Zum Beispiel
10 werden 4 Prioritätsklassen definiert:

1. P_{hoch} : Kundenbedarfe mit hoher Priorität.
2. P_{normal} : Kundenbedarfe mit normaler Priorität.
3. P_{niedrg} : Kundenbedarfe mit niedriger Priorität.
4. $P_{\text{prognostiziert}}$: Zusätzlicher Bedarf, der nur
15 prognostiziert ist, aber noch nicht von einem Kunden bestellt worden ist

Ein Abdeckungsbereich $R(t) = 2,7$ würde bedeuten, daß zum Zeitpunkt t alle Bedarfe für Kunden mit hoher und normaler Priorität erfüllbar sind. Für Kunden mit
20 niedriger Priorität beträgt der Erfüllungsgrad 70 %.

Die erfindungsgemäße Definition eines maximalen Reichweitenprofils garantiert, daß kein Bedarf mit höherer Priorität zuungunsten eines Bedarfs mit niedrigerer Priorität erfüllt wird.

25

ANLIEFERUNG MIT VERZÖGERUNG

Bei den obigen Überlegungen war keine verzögerte Anlieferung gestattet. Dies bedeutet, daß immer dann,
30 wenn ein Auftrag nicht rechtzeitig angeliefert werden konnte, er überhaupt nicht angeliefert wurde. Beispiel: Wenn ein Bedarf hoher Priorität für $t = 1$ und einen Bedarf niedriger Priorität für $t = 2$ vorliegt und wenn das erste Angebot bei $t = 2$ ankommt,

dann wird der Bedarf mit niedriger Priorität das ganze Angebot erhalten, aber der Bedarf mit hoher Priorität wird nichts erhalten.

- 5 Dieses Problem wird erfindungsgemäß durch Einführen zusätzlicher Bögen mit reduzierter Transportzeit gelöst. Die Anlieferung mit einer Verzögerungszeit Δ entspricht der Reduzierung der entsprechenden Transportzeit um Δ .

10

Für diese zusätzlichen Bögen werden die Kosten wie folgt definiert:

15
$$\text{Strafe} = \Delta^2 * 2C_{max}$$

Δ : die Verzögerungszeit

C_{max} : maximalen Kosten der Bögen ohne Verzögerungszeit

- 20 Der Ausdruck $2 C_{max}$ garantiert, daß durch einen Wechsel, d.h. durch Vertauschen der Zuordnung

$$s_i(t_i) \rightarrow d_j(t_j) \text{ und } s_{i'}(t_{i'}) \rightarrow d_{j'}(t_{j'})$$

durch $s_i(t_i) \rightarrow d_{j'}(t_{j'})$ und $s_{i'}(t_{i'}) \rightarrow d_j(t_j)$, eine Verzögerung nicht verhindert werden kann.

25

Wenn es bei den vertauschten Zuordnungen keine Verzögerungen gibt, dann sind ihre Kosten $\leq 2C_{max} < \Delta^2 + 2C_{max}$ und somit billiger als die Zuordnungen ohne eine Verzögerung. Der Optimierer wird aus diesem Grund
30 niemals eine Lösung mit einer Verzögerung produzieren, die durch einen Tausch verhindert werden könnte.

Analog dazu garantiert der Ausdruck Δ^2 , daß eine lange Verzögerung durch einen Tausch nicht verkürzt werden kann.

5 BESCHREIBUNG DER PROJEKTION DES DEPLOYMENTPROBLEMS IN
DAS VERTEILUNGSPROBLEM.

Im weiteren wird die Darstellung der bisher hinsichtlich des Transportproblems gezeigten Verteilungsprobleme nochmals in mathematischer Form
 10 zusammengefaßt.

FALL 1: ÜBERANGEBOT

VORAUSGEHENDE BERECHNUNG

Zuerst müssen Produktion und Bedarf des Optimierungsnetzwerks berechnet werden:

15 Verteilzentren:

$$D_j(t) = \sum_P o_j^P(t) - tr_j(t) + L_j(t-1) - L_j(t)$$

20 Falls $D_i(t) > 0$, dann gilt

$$d_i(t) = D_i(t) \quad \{\text{Bedarfsknoten}\}$$

$$\text{Sonst gilt } s_i(t) = -D_i(t) \quad \{\text{Angebotsknoten}\}$$

25 mit einem angestrebten Lagerbestand der Verteilzentren:

$$L_j(t) = (1 - R(t) - L_j(t)) \cdot L'_j(t, L_j(t)) + (R(t) - L_j(t)) \cdot L'_j(t, R(t))$$

$$30 \quad L'_j(t, r) = m_j(t+r) + \sum_{\tau=t+1}^{t+r} \sum_P o_j^P(\tau)$$

Herstellungsanlagen:

$$35 \quad s_i(0) = p_i(0) + L^{\text{anfänglich}}$$

$$\forall t > 0: s_i(t) = P_i(t)$$

DAS OPTIMIERUNGSPROBLEM

Minimiere:

5

Transportkosten =

$$\sum_{i,j} \left(\sum_{\substack{t_j - t_i \geq T_{ij} \\ D_{ij}^{schnellste}}} y_{it,jt_j} \cdot C_{ij}^{D_{ij}^{schnellste}} + \sum_{\substack{D < D_{ij}^{langsamste} \\ T_{ij}^D \leq t_j - t_i < T_{ij}^{langsamste}}} y_{it,jt_j} \cdot C_{ij}^D + \sum_{\substack{t_j - t_i \geq T_{ij} \\ D_{ij}^{langsamste}}} y_{it,jt_j} \cdot C_{ij}^{D_{ij}^{langsamste}} \right)$$

Unter den folgenden Nebenbedingungen:

$$10 \quad \text{Beschränktes Angebot:} \quad \forall i : s_i(t_i) = \sum_{j \in J_i} y_{it,jt_j}$$

$$\text{Beschränkter Bedarf:} \quad \forall j : d_j(t_j) = \sum_{i \in I_j} y_{it,jt_j}$$

FALL 2A: VERRINGERUNG DES BEDARFS BEI UNTERANGEBOT15 VORAUSGEHENDE BERECHNUNG

Zunächst müssen wieder Produktion und Bedarf des Optimierungsnetzes berechnet werden:

Verteilzentren:

20

$$D_j(t) = \sum_{P \leq P[R(t)]} \{ o_j^P(t) - tr_j(t) + L_j(t-1) - L_j(t) \}$$

Falls $D_i(t) > 0$, dann gilt $d_i(t) = D_i(t)$ {Bedarfsknoten}

25

Sonst gilt $s_i(t) = -D_i(t)$ {Angebotsknoten}

bei einem angestrebten Lagerbestand der Verteilzentren:

30

$$L_j(t) = (1 - R(t) - \lfloor R(t) \rfloor) \cdot L'_j(t, \lfloor R(t) \rfloor) + (R(t) - \lfloor R(t) \rfloor) \cdot L'_j(t, \lceil R(t) \rceil)$$

$$L'_j(t, r) = \sum_{r=t+1}^{t+r} \sum_{P \leq P[R(t)]} o_j^P(\tau)$$

35

Anmerkung: Der ganzzahlige Teil $\lfloor R(t) \rfloor$ spezifiziert die Anzahl der Prioritätsklassen, deren Aufträge

vollständig erfüllt werden. Der rationale Teil $R(t)$ -
 $\lfloor R(t) \rfloor$ ist derjenige Teil, der von der nächsten
 Prioritätsklasse erfüllt wird.

5 Herstellungsanlagen:

$$s_i(0) = p(0) + L^{\text{anfänglich}}$$

$$\forall t >: s_i(t) = P_i(t)$$

10 DAS OPTIMIERUNGSPROBLEM

Minimiere:

Transportkosten =

$$\sum_{i,j} \left(\sum_{\substack{t_j - t_i \geq t_{ij} \\ \text{D. schnellste}}} y_{i,j,t_j} \cdot C_{ij}^{\text{D. schnellste}} + \sum_{\substack{D < D_{\text{max}} \\ t_j - t_i - t_i < t_{ij}}} y_{i,j,t_j} \cdot C_{ij}^D + \sum_{\substack{t_j - t_i \geq t_{ij} \\ \text{D. langsamste}}} y_{i,j,t_j} \cdot C_{ij}^{\text{D. langsamste}} \right)$$

15 Unter den folgenden Nebenbedingungen:

Beschränktes Angebot: $\forall i : s_i(t_i) = \sum_{\mu_j} y_{i,\mu_j}$

Beschränkter Bedarf: $\forall j : d_j(t_j) = \sum_{\mu_i} y_{\mu_i,j}$

FALL 2B: VERZÖGERUNG MIT UNTERANGEBOT

20 VORAUSGEHENDE BERECHNUNG

Wieder müssen auf die gleiche Weise wie oben
 Produktion und Bedarf des Optimierungsnetzes zunächst
 berechnet werden, nur ändert sich die
 25 Optimierungsfunktion durch Belegen der
 Verzögerungsbögen mit Strafkosten. Es können auch die
 zeitlichen Verzögerungen durch Einführung lediglich
 dieser zusätzlichen Bögen mit einer annehmbaren
 Verzögerung begrenzt werden.

30

DAS OPTIMIERUNGSPROBLEM

Minimiere:

Kosten = Transportkosten + Verzögerungsstrafkosten

Transportkosten =

$$5 \quad \sum_{i,j} \left(\sum_{t_j - t_i \geq T_{ij}^{\text{D}_{\text{schnellste}}}} y_{i,j,t_j} \cdot C_{ij}^{\text{D}_{\text{schnellste}}} + \sum_{D < D_{\text{schnellste}}} \sum_{T_{ij}^D \leq t_j - t_i < T_{ij}^D} y_{i,j,t_j} \cdot C_{ij}^D + \sum_{t_j - t_i \geq T_{ij}^{\text{D}_{\text{langsam}}}} y_{i,j,t_j} \cdot C_{ij}^{\text{D}_{\text{langsam}}} \right)$$

Verzögerungsstrafkosten:

$$\sum_{i,j} \left(\sum_{t_j - t_i < T_{ij}^{\text{D}_{\text{schnellste}}}} \left(t_i + T_{ij}^{\text{D}_{\text{schnellste}}} - t_j \right)^2 \cdot 2C_{\text{max}} \cdot y_{i,j,t_j} \right)$$

10 Unter den folgenden Nebenbedingungen:

Beschränktes Angebot: $\forall i : s_i(t_i) = \sum_{j,t_j} y_{i,j,t_j}$ Beschränkter Bedarf: $\forall j : d_j(t_j) = \sum_{i,t_i} y_{i,j,t_j}$

15 Maximalverzögerungsbeschränkung:

$$\forall i, t_i, j, t_j : y_{i,j,t_j} \text{ definiert} \Leftrightarrow t_i + T_{ij}^{\text{D}_{\text{schnellste}}} - t_j \leq A_{j,t_j}$$

VARIABLE UND KONSTANTE

Freie Entscheidungsvariablen:

20 y_{i,j,t_j} = Teil des Angebots von Anlage oder Werk
 i zum Zeitpunkt t_i der dem Bedarf des
 Verteilzentrums j zum Zeitpunkt t_j
 zugeordnet ist

25 Gebundene Variablen (mit beschränkter Entscheidung $R(t)$
 zu

maximieren):

$R(t)$ = Reichweite aller Verteilzentren zum
 Zeitpunkt t

30 $L_j(t)$ = Angestrebter Bestand im Verteilzentrum j

zum Zeitpunkt t (als Funktion der Reichweite $R(t)$)

$s_i(t)$ = Angebot des Knotens (Produktionswerk) i zum Zeitpunkt t

5 $d_j(t)$ = Bedarf bei Knoten (Verteilzentrum) j zum Zeitpunkt t

Konstanten:

$P_i(t)$ = Produktionsrate in Produktionsanlage i zu einem bestimmten Zeitpunkt t

10 $tr_i(t)$ = Zuvor festgelegtes Angebot (im Durchgang) im Verteilzentrum oder zentralen Lagerhaus j zum bestimmten Zeitpunkt t

15 $L_i^{\text{anfänglich}}$ = $tr_i(0)$ = anfänglicher Bestand in Produktionsanlage i oder Verteilzentrum i

P = Bedarfspriorität $P, P \in \{P_{\text{hoch}}, \dots, P_{\text{prognostiziert}}\} = \{1, 2, 3, \dots\}$ wobei $P_{\text{hoch}} = 1 < \dots < P_{\text{prognostiziert}}$

20 $o_j^P(t)$ = Auftrag (=angehäufte Bedarf) für Prioritätsklasse P für Verteilzentrum j zum Zeitpunkt t

$m_j(t)$ = Sicherheitslagerbestand im Verteilzentrum j zum Zeitpunkt t

25

D = Transportart
 $D \in \{\text{langsamste}, \dots, \text{schnellste}\}$

30 C_{ij}^D = Transportkosten für Transport einer Materialeinheit mit Transportart D

- zwischen Knoten i und j
- T_{ij}^D = Transportzeit für den Transport einer Materialeinheit mit Transportart D zwischen Knoten i und j
- 5 $D_{\text{schnellste}}$ = Schnellste Transportart: $\forall D, i, j: T_{ij}^{D_{\text{schnellste}}} \leq T_{ij}^D$
- $D_{\text{langsamste}}$ = Langsamste Transportart: $\forall D, i, j: T_{ij}^{D_{\text{langsamste}}} \geq T_{ij}^D$
- $\text{langsamere}(D)$ = Nächstlangsamste Transportart nach Transportart D :
- 10 $\neg \exists D': [\forall i, j: T_{ij}^D \leq T_{ij}^{D'} < T_{ij}^{\text{langsamere}(D)}]$
- A_{μ_i} = Maximal zulässige Verzögerung eines Bedarfs vom Verteilzentrum j zu einem bestimmten Zeitpunkt t_j

15

ALGORITHMEN

Nachdem die Formulierung des Problems erfolgt ist, wird der anzuwendende Algorithmus erörtert. Die grundlegende Idee des Algorithmus besteht darin, das Reichweitenprofil $R(t)$ solange inkremental zu mutieren, bis das optimale Profil ermittelt ist. Die grundlegenden Verfahrensschritte des Algorithmus umfassen die folgenden Punkte:

1. Initialisieren das Reichweitenprofils $R(t)$ (z.B. $R(t)=1$).
2. Berechnen der erforderlichen Bedarfe $d_j(t)$ in den Bedarfsknoten, um Profilbeschränkungen zu erfüllen.
3. Konstruieren des preiswertesten Fluß für diese Bedarfe unter Verwendung eines beliebigen Minimalkostenflußalgorithmus.
4. Wenn keine Lösung gefunden wird, Verkleinern des

Reichweitenprofils $R(t)$, ansonsten Vergrößern des Reichweitenprofil $R(t)$.

5. Zurückgehen zu Schritt 2, wenn die optimale Lösung nicht gefunden wird.

5

Schritt 2 ist der gleiche für alle Algorithmen, wie in den Abschnitten oben beschrieben:

$$d_j(t) = \sum_P o_j^p(t) - tr_j(t) + L_j(t-1) - L_j(t)$$

10 wobei $L_j(t) = (1 - R(t) - L(R(t))) \cdot L'_j(t, L(R(t))) + (R(t) - L(R(t))) \cdot L'_j(t, R(t))$

$$L'_j(t, r) = m_j(t+r) + \sum_{\tau=t+1}^{t+r} \sum_P o_j^p(\tau)$$

15

Verschiedene erfindungsgemäße Alternativen zu Schritt 4 werden in dem folgenden Abschnitt vorgeschlagen. Zunächst wird das Gesamtproblem erörtert, d.h. die effiziente Konstruktion eines maximalen Bereichs von Reichweitenprofilen. Dieser Algorithmus kann durch die Einschränkung auf einen monotonen Bereich von Reichweitenprofilen, der unten beschrieben wird, beträchtlich beschleunigt werden. Im folgenden wird ein schneller Algorithmus für monotone Profile für die Maximierung des Reichweitenprofils angegeben.

25

A. MAXIMALER BEREICH DES ABDECKUNGSPROFILS

Zum Konstruieren des maximalen (ganzzahligen) Bereichs des Reichweitenprofils wird das tatsächliche Profil immer dann iterativ um 1 vergrößert, wenn dies für jeden Zeitschritt, der den gesamten Planungshorizont mehrmals überstreicht, möglich ist.

30

Algorithmus für Schritt 4

35

```
While Profile_enlarged do begin
    {Den Planungshorizont überstreichen}
```

```

        enlarged = false;

        for all t (Planungshorizont) do begin
             $R(t) := R(t) + 1$ ;                                {R vergrößern}
5      Generate min_cost_flow problem  $F(R)$  for profile  $R(t)$ 
                                           {= 2. Schritt (s.o.)}

        If min_cost_flow ( $F(R)$ ) solvable
            then enlarged = true
            else  $R(t) := R(t) - 1$                                 {Rücksetzen};
10      end;
        end;

```

Die Verallgemeinerung zum Vergrößern des Profils um eine kleinere Schrittweite $\Delta < 1$ anstatt 1 ergibt:

15

Algorithmus von Schritt 4 mit Schrittweite Δ für Profil R

```

        While Profile_enlarged do begin
20      {Den Planungshorizont überstreichen}
            enlarged = false;

            for all  $t \leq$  Planungshorizont do begin
                 $R(t) := R(t) + \Delta$ ;                                {R vergrößern}
25      Generate min_cost_flow problem  $F(R)$  for profile  $R(t)$ 
                                           {= 2. Schritt (s.o.)}

                if min_cost_flow ( $F(R)$ ) solvable
                    then enlarged = true
                    else  $R(t) := R(t) - \Delta$                                 {Rücksetzen};
30      end;
        end;

```

Die grundlegende Idee besteht darin, das Problem induktiv zu lösen:

- 10

15

{= 2. Schritt (s.o.)}

20

25

30

41

$$\forall t' > t_R: R(t') = R^{max} - 1;$$

Generate min_cost_flow problem $F(R)$ for
profile $R(t)$

Until min_cost_flow ($F(R)$) solvable

5

Algorithmus für Schritt 4 - monotoner Bereich von
Reichweitenprofilen mit Schrittweite Δ

Die Verallgemeinerung zum Vergrößern des Profils um einen
10 kleineren Schritt $\Delta < 1$ anstatt 1 ergibt:

Initialize $R(t)$: $\forall t: R(t) = 0$

$t = t_0$; (Planning_Start)

While $t < \text{Planungshorizont}$ do begin

15

{Induktionsschritt}

$R(t+1) = R(t)$;

Generate min_cost_flow problem $F(R)$ for profile $R(t)$

{= 2. Schritt

(s.o.)}

20

If min_cost_flow ($F(R)$) solvable

Then Begin

{ $R(t+1)$ vergrößern}

Repeat

$R(t+1) := R(t+1) + \Delta$;

25

Generate min_cost_flow problem $F(R)$ for profile

$R(t)$

Until min_cost_flow ($F(R)$) not solvable

$R(t+1) := R(t+1) - \Delta$

{rücksetzen}

End

30 Else

{ R verkleinern}

Repeat

$R^{max} := R(t+1)$;

$t_R = \min\{t' / R(t') > R^{max} - \Delta\}$

$$\forall t' \geq t_R: R(t') = R^{max} - \Delta;$$

Generate min_cost_flow problem $F(R)$ for
profile $R(t)$

Until min_cost_flow ($F(R)$) solvable

5

C. EFFIZIENZVERBESSERUNG FÜR ROLLENDES PLANUNGSSCHEMA

Für das rollende Planungsszenarium muß lediglich bekannt sein, wohin die Produktion zum Startzeitpunkt t_0 , versandt werden soll, d.h. die Versandplanung $y_{it_0:j t_j}$ zum Zeitpunkt t_0

10 sollte auf eine optimale Planung erweiterbar sein, allerdings ist die Versandplanung für die folgenden Zeitschritte möglicherweise nicht optimal. Sie werden erfindungsgemäß durch Verschiebung des Planungsfensters korrigiert.

15 Im folgenden werden die Reichweitenprofile auf den folgenden Typ eingeschränkt: Gleichmäßig bis zur maximalen Transportzeit t_{max} und konstant nach t_{max} . Solange dieses monotone Profil unlösbar ist, wird der letzte konstante Funktionsteil verringert.

20

Algorithmus für Schritt 4 - rollendes Planungsschema

Vorgegeben ist die maximale Transportzeit, i.e. t_{max}

Ermittle das maximale monotone Reichweitenprofil $R^{max}(t)$
25 innerhalb des Planungsfensters [planning_start,
planning_start+ t_{max}];

Initialisiere $R(t)$: {konstante Fortsetzung von R }

$$\forall t \leq t_{max}: R(t) = R^{max}(t)$$

30 $\forall t > t_{max}: R(t) = R^{max}(t_{max});$

$R^{max} := R^{max}(t_{max});$ {letzten konstanten Teil von R
verändern}

Bestimme min_cost_flow problem $F(R)$ für das Profil $R(t)$

While min_cost_flow($F(R)$) not solvable do begin

$$t_R = \min\{t \mid R(t) \geq R^{\max} - 1\}$$

$$\forall t \geq t_R: R(t) = R^{\max} - 1;$$

5 $R^{\max} = R^{\max} - 1$

Bestimme min_cost_flow problem $F(R)$ für das Profil $R(t)$

End;

VERALLGEMEINERUNGEN

Zum Konstruieren von nicht ganzzahligen Kapazitätsprofilen
 10 muß die Schrittweite Δ der möglichen Werte für den Bereich
 des Abdeckungsprofils $R(t)$ begrenzt werden. Wenn die
 Schrittweite Δ klein ist, sind viele Iterationen
 erforderlich, bis das maximale Profil gefunden ist. In den
 folgenden Abschnitten wird beschrieben, wie die Suche nach
 15 maximalen monotonen Profilen durch einen binären Suchprozeß
 beschleunigt werden kann.

1. BINÄRE SUCHE NACH MAXIMALEN MONOTONEN PROFILEN

Bei dem Algorithmus für den maximalen monotonen Bereich von
 20 Abdeckungsprofilen mit Schrittweite Δ werden zwei Teile
 berücksichtigt: " $R(t)$ vergrößern" and " $R(t)$ verkleinern".
 In beiden Fällen wird die Suche nach der optimalen
 Abstimmung des letzten konstanten Teils des
 Kapazitätsprofils unter Verwendung einer binären Suche
 25 beschleunigt. Eine einfache Erweiterung des
 erfindungsgemäßen Algorithmus mit einem binären Suchprozeß
 wird nachfolgend angegeben. Aus Gründen der Deutlichkeit
 sind alternative Varianten ausgelassen (z.B. Wahl der
 Schrittweite δ der binären Suche mit durch Erfahrung
 30 gelernten Werten anstelle des kleinstmöglichen Werts $\delta = \Delta$).

ALGORITHMUS FÜR SCHRITT 4 - MONOTONER BEREICH VON
ABDECKUNGSPROFILIEN MIT SCHRITTWEITE Δ (BINÄRE SUCHE)

```

5  Initialize  $R(t)$ :       $\forall t: R(t)=0$ 
                         $t=t_0$ ; {Planungsstartzeitpunkt}

While  $t < \text{Planungshorizont}$  do begin
    {Induktionsschritt}
     $R(t+1)=R(t)$ ;
10    Generate min_cost_flow problem  $F(R)$  for profile  $R(t)$ 
    {=Schritt 2}

    If min_cost_flow ( $F(R)$ ) solvable

15  Then Begin          { $R(t+1)$  vergrößern}
         $\delta:=\Delta$ ;
        Repeat          {binäre Suche- $\delta$ 
vergrößern}
             $R(t+1):=R(t+1)+\delta$ 
20             $\delta:=2*\delta$ ;
            Generate min_cost_flow problem  $F(R)$  for profile
 $R(t)$ 
            Until min_cost_flow ( $F(R)$ ) not solvable
        Repeat          {binäre Suche- $\delta$ 
25  verkleinern}
             $R(t+1):=R(t+1)+\delta$ ;
                         $\delta:=\delta/2$ ;
            Generate min_cost_flow problem  $F(R)$  for profile
 $R(t)$ 
30    If min_cost_flow ( $F(R)$ ) solvable
        Then  $\delta:=\delta/$ 
        Else  $\delta:=-\delta/$ 

```

```

Until  $|\delta| = \Delta$ ;
If min_cost_flow ( $F(R)$ ) not solvable
    Then  $R(t+1) := R(t+1) - \delta$ 
End
5 Else {R verkleinern}
     $\delta := \Delta$ ;

Repeat {binäre Suche- $\delta$  vergrößern}
10  $R^{max} := R(t+1)$ ;
     $\delta := 2 * \delta$ ;
     $t_R = \min\{t' / R(t') \geq R^{max} - \delta\}$ 
     $\forall t' \geq t_R: R(t') = R^{max} - \delta$ ;
    Generate min_cost_flow problem  $F(R)$  for profile
15  $R(t)$ 
    Until min_cost_flow ( $F(R)$ ) solvable

    Repeat {binäre Suche- $\delta$ 
verkleinern}
20  $R^{max} := R(t+1)$ ;
     $\delta := \delta / 2$ ;
     $t_R = \min\{t' / R(t') \geq R^{max} - \delta\}$ 
     $\forall t' \geq t_R: R(t') = R^{max} + \delta$ ;
    Generate min_cost_flow problem  $F(R)$  for profile
25  $R(t)$ 
    If min_cost_flow ( $F(R)$ ) solvable

        Then  $\delta := |\delta|$ 
        Else  $\delta := -|\delta|$ 

```


3. Wenn nicht das ganze Profil festgelegt wird, dann gehe zurück zu Schritt 1 (und löse den restlichen Teil).

Für Schritt 2 müssen die Zeitschritte t gewählt werden, bei denen

$$R^n(t) < R^n(t+1) \Rightarrow R^n(t) = R(t),$$

d.h. die stark monoton ansteigenden Teile des maximalen monotonen Bereichs des Reichweitenprofils können festgelegt werden. Außerdem kann auch das Ende des Planungshorizonts festgelegt werden:

$$R^n(\text{planning_end}) = R(\text{planning_end})$$

Deshalb kann das Planungsfenster mindestens um 1 reduziert werden (eventuell um mehr, wenn wir auch gewisse festgelegte, stark monoton ansteigende Teile von R^n reduzieren können). Damit ist sichergestellt, daß die obige Schleife höchstens T Schritte wiederholt wird, wobei $T = \text{planning_end} - \text{planning_start}$ (Anzahl der Zeitschritte in dem Planungsfenster), d.h. die zeitliche Komplexität wird durch $T \cdot O(R^n)$ begrenzt, wobei $O(R^n)$ die zeitliche Komplexität des Algorithmus für den maximalen monotonen Bereich des Abdeckungsprofils ist. Die algorithmische Komplexität steigt im Vergleich zu monotonen Profilen vorteilhaft höchstens um einen Faktor T , was es ermöglicht, auch umfangreiche Reichweitenprofile mit herkömmlichen Rechneranlagen überhaupt zu berechnen.

Patentansprüche

1. Verfahren zum Maximieren der Lagerreichweite von Abdeckungsprofilen, umfassend folgende Schritte:
 - 5 a. Bereitstellen einer Lagerreichweitenfunktion für das Abdeckungsprofil;
 - b. Initialisieren der Lagerreichweitenfunktion mit mindestens einem Startwertparameter;
 - c. Ermitteln einer optimalen Lagerbestandsmenge zur
10 Lösung der Lagerreichweitenfunktion für das Abdeckungsprofil, wobei das Berechnen folgende Schritte umfaßt:
 - i. Anwenden eines Minimalkostenflußalgorithmus zum Bestimmen einer optimalen Transportlösung zum
15 Transportieren der erforderlichen Bestandsmenge;
 - ii. Bestimmen, ob eine Lösung gefunden wurde, nachdem der Minimalkostenflußalgorithmus für den Bereich der Abdeckungsprofilfunktion mit dem Startwert angewendet wurde;
 - 20 iii. inkrementales Verkleinern des Startwerts, wenn keine Lösung bestimmt wurde, und Wiederholen des Berechnens einer Lösung, bis eine optimale Lösung für den Minimalkostenflußalgorithmus ermittelt wurde;
 - 25 d. inkrementales Vergrößern des Startwerts, wenn eine Lösung bestimmt wurde, und Wiederholen des Berechnens einer Lösung, bis das Berechnen einer Lösung zu einer optimalen Lösung für den Minimalkostenflußalgorithmus führt.
- 30 2. Verfahren zum Maximieren eines Bereichs von Abdeckungsprofilen nach Anspruch 1, weiterhin mit folgenden Schritten:
 - a. Ankoppeln an ein Online-

- Transaktionsverarbeitungssystem;
- b. Lesen von Transaktionsdaten von dem Online-
Transaktionsverarbeitungssystem; und
 - c. Eingeben der Transaktionsdaten für den Bereich der
5 Abdeckungsprofilfunktion.
3. Rechnerlesbares Medium mit mehreren darauf
gespeicherten Anweisungen, wobei die mehreren
Anweisungen Anweisungen enthalten, die bei
10 Ausführung durch einen Prozessor bewirken, daß der
Prozessor folgende Schritte durchführt:
- a. Ankoppeln an ein Online-
Transaktionsverarbeitungssystem;
 - b. Lesen von Transaktionsdaten von dem Online-
15 Transaktionsverarbeitungssystem;
 - c. Eingeben der Transaktionsdaten in die Funktion für
einen Bereich des Abdeckungsprofils;
 - d. Initialisieren der Funktion für einen Bereich des
Abdeckungsprofils mit einem Startwert;
 - 20 e. Berechnen einer erforderlichen Bestandsmenge zum
Erfüllen der Lagerreichweitenfunktion für das
Abdeckungsprofil;
 - f. Berechnen einer optimalen Lösung, wobei das
Berechnen folgende Schritte umfaßt:
 - 25 i. Anwenden eines Minimalkostenflußalgorithmus zum
Bestimmen einer optimalen Transportlösung zum
Transportieren der erforderlichen Bestandsmenge;
 - ii. Bestimmen, ob eine Lösung gefunden wurde,
nachdem der Minimalkostenflußalgorithmus für den
30 Bereich der Abdeckungsprofilfunktion mit dem
Startwert angewendet wurde;
 - iii. inkrementales Verkleinern des Startwerts, wenn
keine Lösung bestimmt wurde, und Wiederholen des
Berechnens einer Lösung, bis eine optimale

Lösung für den Minimalkostenflußalgorithmus ermittelt wurde;

- g. inkrementales Vergrößern des Startwerts, wenn eine Lösung bestimmt wurde, und Wiederholen des Berechnens einer Lösung, bis das Berechnen einer Lösung zu einer optimalen Lösung für den Minimalkostenflußalgorithmus führt.
4. System zum Maximieren der Lagerreichweite von Abdeckungsprofilen, umfassend:
- a. Mittel zum Ankoppeln an ein Online-Transaktionsverarbeitungs-system;
 - b. Mittel zum Lesen von Transaktionsdaten von dem Online-Transaktionsverarbeitungssystem;
 - c. Mittel zum Eingeben der Transaktionsdaten in die Lagerreichweitenfunktion für das Abdeckungsprofil;
 - d. Mittel zum Initialisieren der Lagerreichweite der Abdeckungsprofilfunktion mit einem Startwert;
 - e. Mittel zum Berechnen einer erforderlichen Bestandsmenge zum Erfüllen der Funktion für eine Lagerreichweite des Abdeckungsprofils;
 - f. Mittel zum Bestimmen einer optimalen Lösung, umfassend:
 - i. Mittel zum Anwenden eines Minimalkostenflußalgorithmus zum Bestimmen einer optimalen Transportlösung zum Transportieren der erforderlichen Bestandsmenge;
 - ii. Mittel zum Bestimmen, ob eine Lösung gefunden wurde, nachdem der Minimalkostenflußalgorithmus für den Bereich der Abdeckungsprofilfunktion mit dem Startwert angewendet wurde;
 - iii. Mittel zum inkrementalen Verkleinern des Startwerts, wenn keine Lösung bestimmt wurde, und Wiederholen des Berechnens einer Lösung, bis

- eine optimale Lösung für den
Minimalkostenflußalgorithmus ermittelt wurde;
- g. Mittel zum inkrementalen Vergrößern des Startwerts,
wenn eine Lösung bestimmt wurde, und Wiederholen des
5 Berechnens einer Lösung, bis das Berechnen einer
Lösung eine optimale Lösung für den
Minimalkostenflußalgorithmus ergibt.

FIG.1

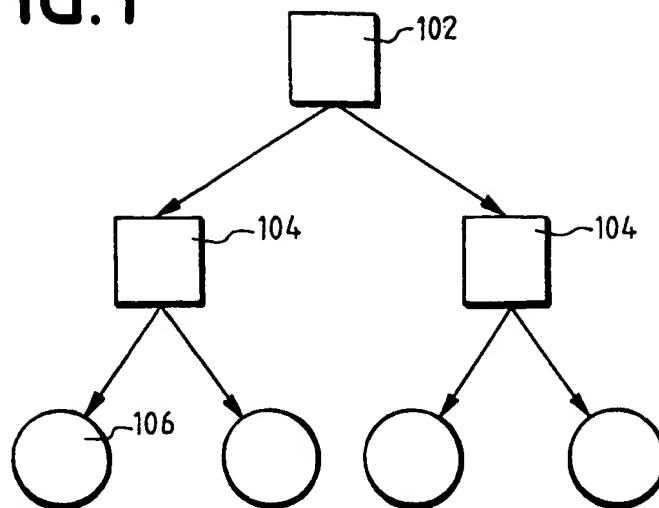


FIG.2

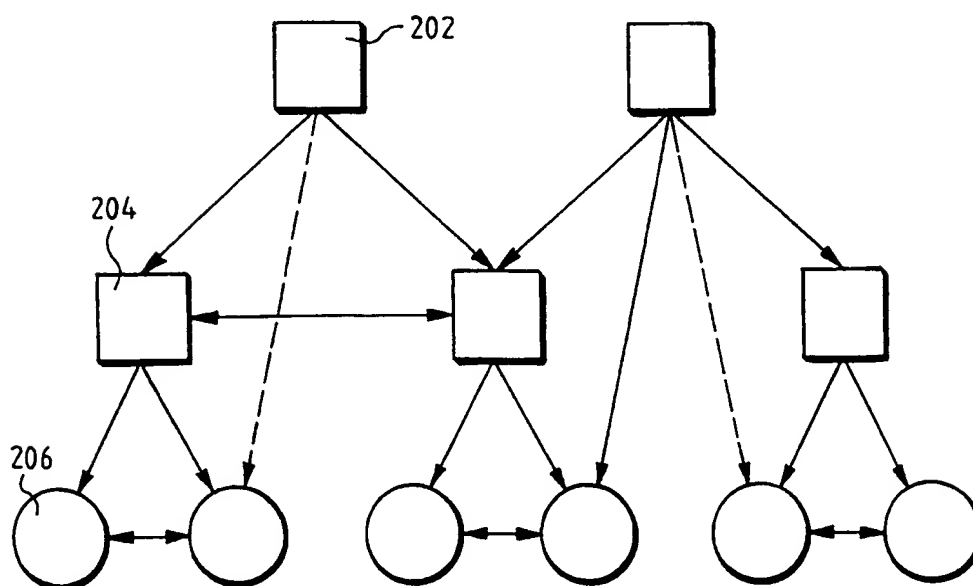


FIG.3

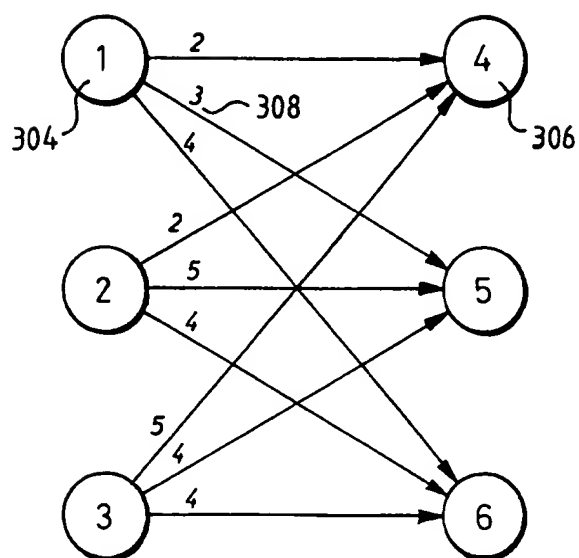


FIG.4

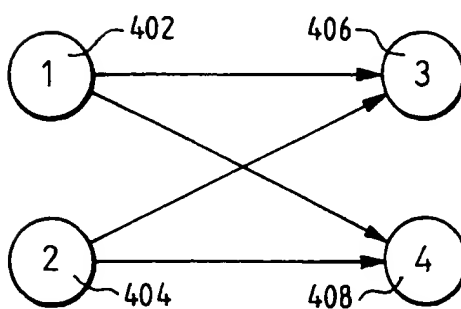


FIG.5

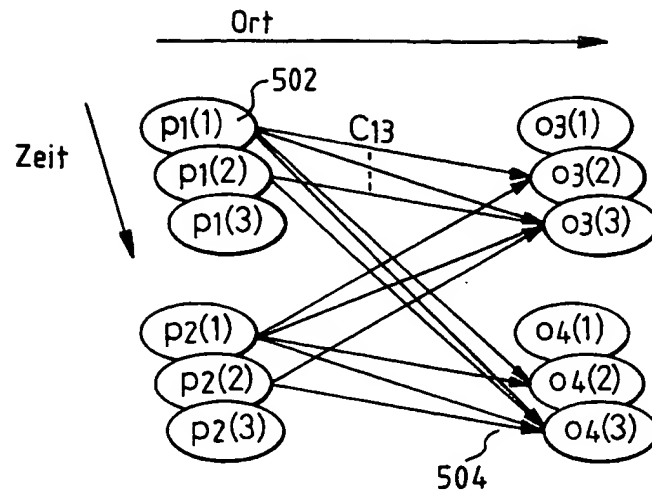


FIG.6

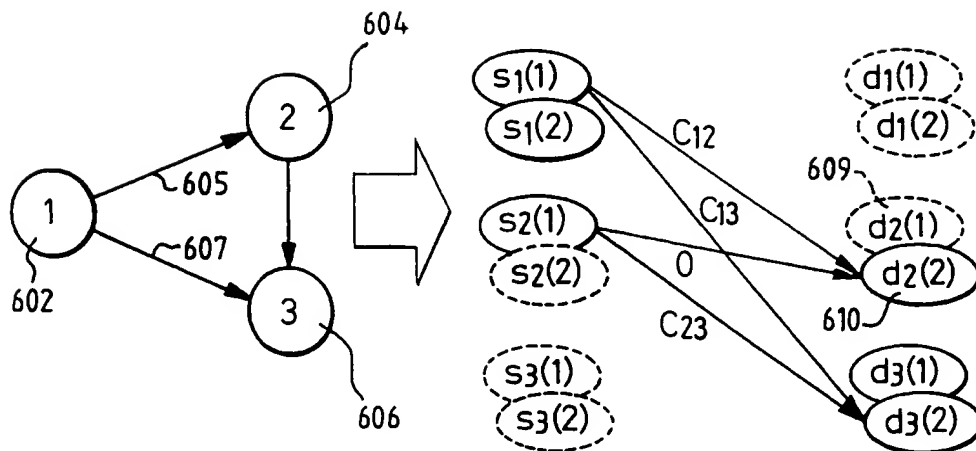


FIG.7

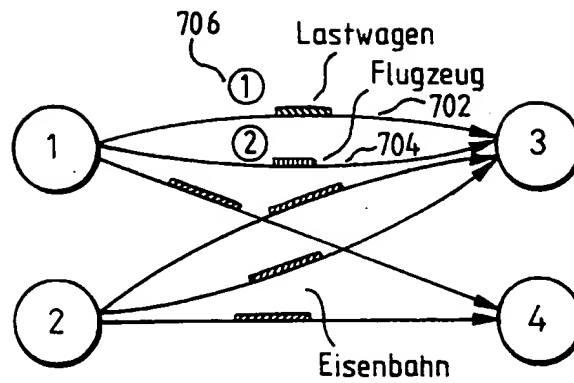


FIG.8

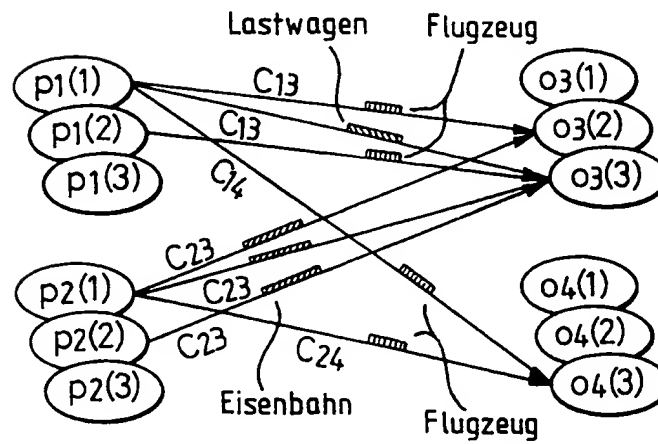


FIG.9

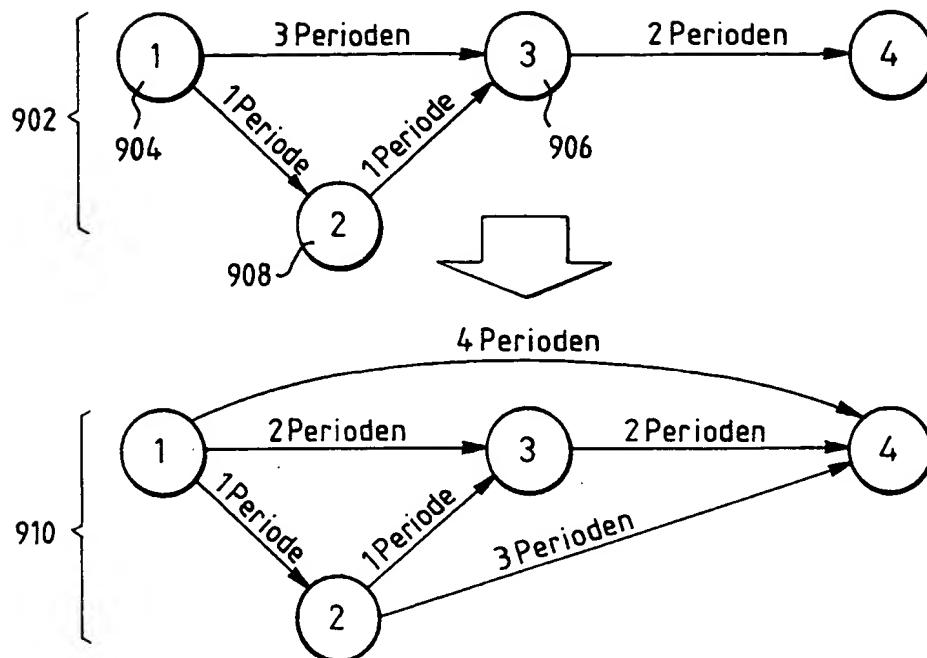


FIG.10

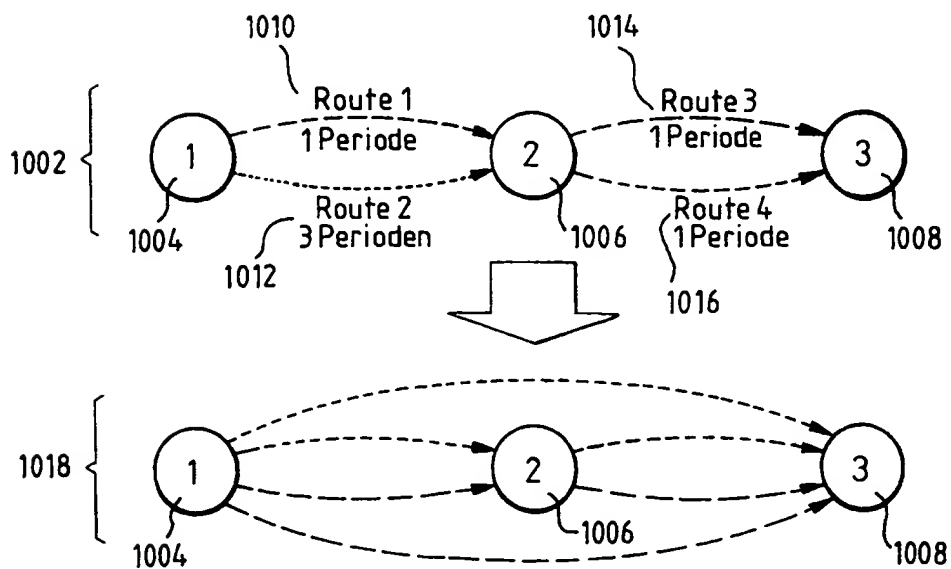


FIG.11

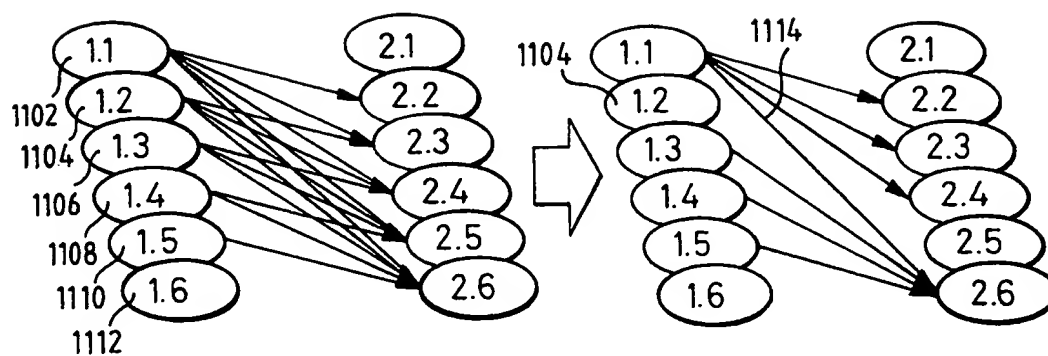


FIG.12

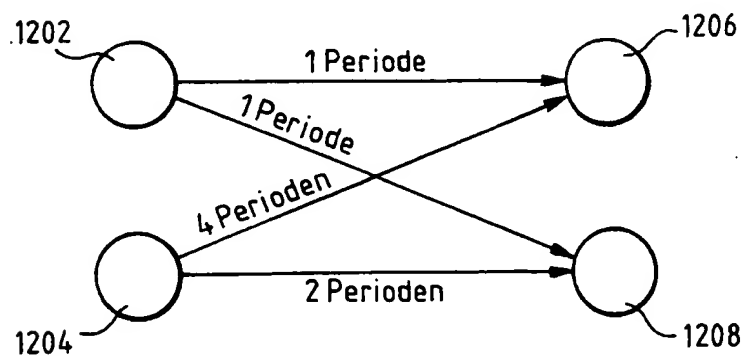


FIG.13

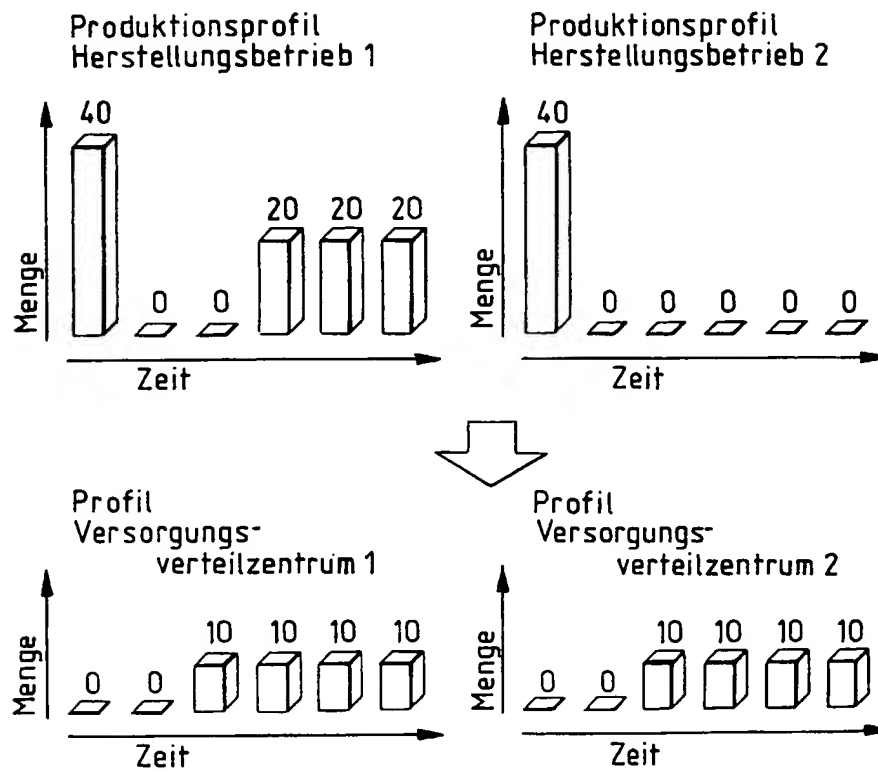


FIG.14

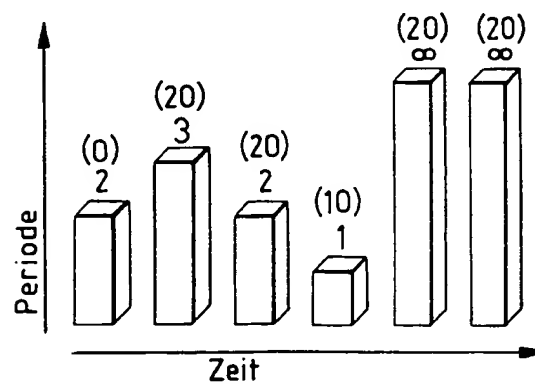


FIG.15

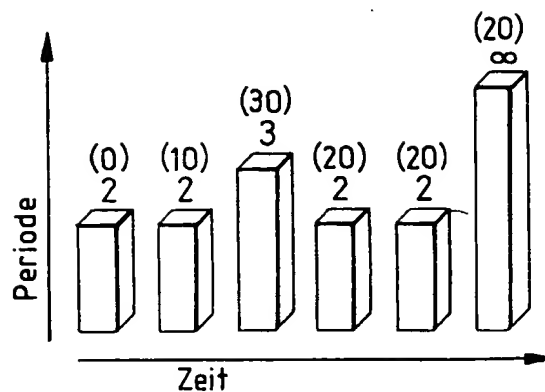


FIG.16

Periode	1	2	3	4	5	6
M.P.	30	10	10	10	20	0
D.C.1	0	0	10	10	10	10
D.C.2	0	0	10	10	10	10
1604~Z ^M	30 to DC1 0 to DC2	0 to DC1 10 to DC2	0 to DC1 10 to DC2	0 to DC1 10 to DC2	10 to DC1 10 to DC2	0 to DC1 0 to DC2
Z	15 to DC1 15 to DC2	5 to DC1 5 to DC2	5 to DC1 5 to DC2	5 to DC1 5 to DC2	10 to DC1 10 to DC2	0 to DC1 0 to DC2
1602~R ^M	1	1	1	1	1	∞
1606~R ^{IM}	2	1	1	1	1	∞
1608~R	2	2.5	2	1.5	1	∞

FIG.17

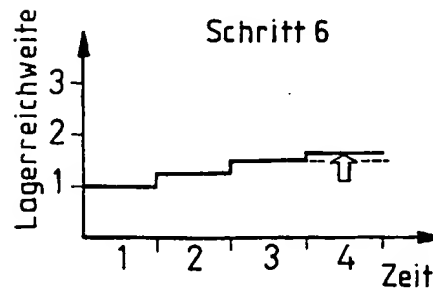
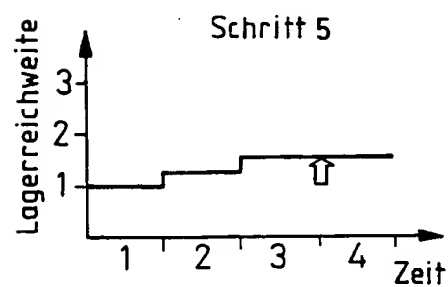
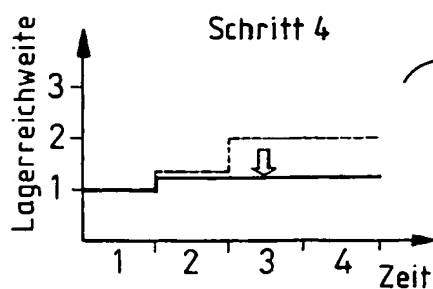
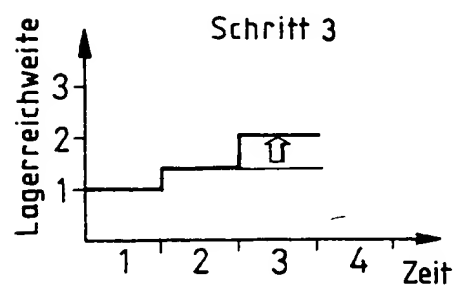
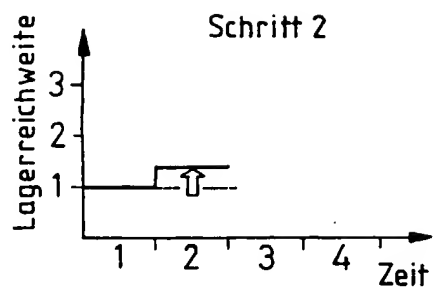
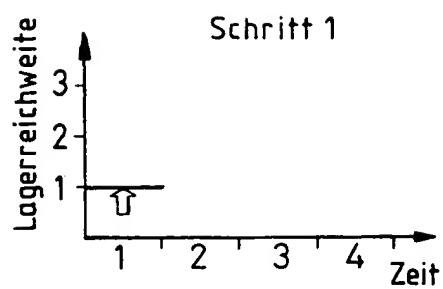


FIG.18

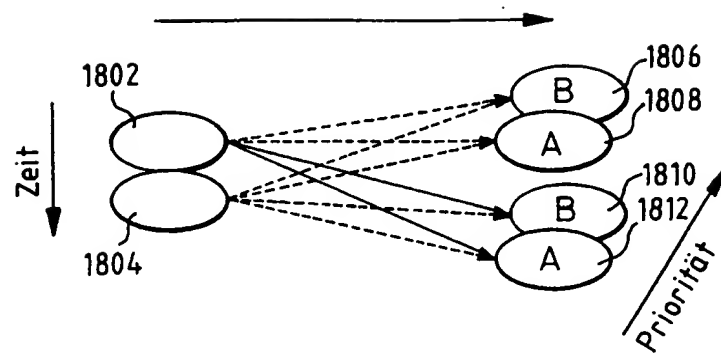
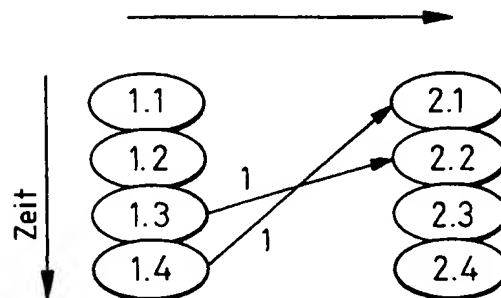


FIG.19



INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International Application No

PLI/EP 99/04229

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER
IPC 6 G06F17/60

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

IPC 6 G06F

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practical, search terms used)

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	DE 196 12 652 C (PRIVATBRAUEREI UND MINERALBRUNNENBETRIEB HEINRICH EGERER) 6 March 1997 (1997-03-06) the whole document	1-4
P, A	US 5 797 113 A (KAMBE ET AL) 18 August 1998 (1998-08-18) the whole document	1-4
P, A	US 5 819 232 A (SHIPMAN) 6 October 1998 (1998-10-06) the whole document	1-4

☐ Further documents are listed in the continuation of box C.

☒ Patent family members are listed in annex.

* Special categories of cited documents :

"A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance

"E" earlier document but published on or after the international filing date

"L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)

"O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means

"P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

"T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention

"X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone

"Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art.

"&" document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search

20 October 1999

Date of mailing of the international search report

27/10/1999

Name and mailing address of the ISA

European Patent Office, P.B. 5818 Patentlaan 2
NL - 2280 HV Rijswijk
Tel. (+31-70) 340-2040, Tx. 31 651 epo nl,
Fax: (+31-70) 340-3016

Authorized officer

Abram, R

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Information on patent family members

International Application No

PCT/EP 99/04229

Patent document cited in search report	Publication date	Patent family member(s)	Publication date
DE 19612652 C	06-03-1997	NONE	
US 5797113 A	18-08-1998	JP 8235263 A	13-09-1996
US 5819232 A	06-10-1998	NONE	

INTERNATIONALER RECHERCHENBERICHT

Internationales Aktenzeichen

PC 1/EP 99/04229

A. KLASSIFIZIERUNG DES ANMELDUNGSGEGENSTANDES

IPK 6 G06F17/60

Nach der Internationalen Patentklassifikation (IPK) oder nach der nationalen Klassifikation und der IPK

B. RECHERCHIERTE GEBIETE

Recherchierte Mindestprüfstoff (Klassifikationssystem und Klassifikationssymbole)

IPK 6 G06F

Recherchierte aber nicht zum Mindestprüfstoff gehörende Veröffentlichungen, soweit diese unter die recherchierten Gebiete fallen

Während der Internationalen Recherche konsultierte elektronische Datenbank (Name der Datenbank und evtl. verwendete Suchbegriffe)

C. ALS WESENTLICH ANGESEHENE UNTERLAGEN

Kategorie*	Bezeichnung der Veröffentlichung, soweit erforderlich unter Angabe der in Betracht kommenden Teile	Betr. Anspruch Nr.
A	DE 196 12 652 C (PRIVATBRAUEREI UND MINERALBRUNNENBETRIEB HEINRICH EGERER) 6. März 1997 (1997-03-06) das ganze Dokument	1-4
P, A	US 5 797 113 A (KAMBE ET AL) 18. August 1998 (1998-08-18) das ganze Dokument	1-4
P, A	US 5 819 232 A (SHIPMAN) 6. Oktober 1998 (1998-10-06) das ganze Dokument	1-4

☐ Weitere Veröffentlichungen sind der Fortsetzung von Feld C zu entnehmen

☒ Siehe Anhang Patentfamilie

* Besondere Kategorien von angegebenen Veröffentlichungen :

"A" Veröffentlichung, die den allgemeinen Stand der Technik definiert, aber nicht als besonders bedeutsam anzusehen ist

"E" älteres Dokument, das jedoch erst am oder nach dem internationalen Anmeldedatum veröffentlicht worden ist

"L" Veröffentlichung, die geeignet ist, einen Prioritätsanspruch zweifelhaft erscheinen zu lassen, oder durch die das Veröffentlichungsdatum einer anderen im Recherchenbericht genannten Veröffentlichung belegt werden soll oder die aus einem anderen besonderen Grund angegeben ist (wie ausgeführt)

"O" Veröffentlichung, die sich auf eine mündliche Offenbarung, eine Benutzung, eine Ausstellung oder andere Maßnahmen bezieht

"P" Veröffentlichung, die vor dem internationalen Anmeldedatum, aber nach dem beanspruchten Prioritätsdatum veröffentlicht worden ist

"T" Spätere Veröffentlichung, die nach dem internationalen Anmeldedatum oder dem Prioritätsdatum veröffentlicht worden ist und mit der Anmeldung nicht kollidiert, sondern nur zum Verständnis des der Erfindung zugrundeliegenden Prinzips oder der ihr zugrundeliegenden Theorie angegeben ist

"X" Veröffentlichung von besonderer Bedeutung; die beanspruchte Erfindung kann allein aufgrund dieser Veröffentlichung nicht als neu oder auf erfinderischer Tätigkeit beruhend betrachtet werden

"Y" Veröffentlichung von besonderer Bedeutung; die beanspruchte Erfindung kann nicht als auf erfinderischer Tätigkeit beruhend betrachtet werden, wenn die Veröffentlichung mit einer oder mehreren anderen Veröffentlichungen dieser Kategorie in Verbindung gebracht wird und diese Verbindung für einen Fachmann naheliegend ist

"&" Veröffentlichung, die Mitglied derselben Patentfamilie ist

Datum des Abschlusses der internationalen Recherche

20. Oktober 1999

Absenddatum des internationalen Recherchenberichts

27/10/1999

Name und Postanschrift der Internationalen Recherchenbehörde
Europäisches Patentamt, P.B. 5818 Patentlaan 2
NL - 2280 HV Rijswijk
Tel. (+31-70) 340-2040, Tx. 31 651 epo nl,
Fax: (+31-70) 340-3016

Bevollmächtigter Beauftragter

Abram, R

INTERNATIONALER RECHERCHENBERICHT

Angaben zu Veröffentlichungen, die zur selben Patentfamilie gehören

Internationales Aktenzeichen

PLA/EP 99/04229

Im Recherchenbericht angeführtes Patentdokument	Datum der Veröffentlichung	Mitglied(er) der Patentfamilie	Datum der Veröffentlichung
DE 19612652 C	06-03-1997	KEINE	
US 5797113 A	18-08-1998	JP 8235263 A	13-09-1996
US 5819232 A	06-10-1998	KEINE	